

Medição de distâncias

As **medições de distâncias e direcções** são fundamentais para a representação da superfície terrestre através de um **mapa**, através do transporte de coordenadas; para o efeito, é necessário planejar o trabalho de campo, o que inclui definir o tipo, a quantidade e a metodologia de aquisição das observações e depois processar estas observações de forma a obter os resultados pretendidos.

Com a excepção da contagem, **medir** normalmente consiste em diversas operações mais elementares, tais como a preparação do dispositivo de medida (colocação do aparelho em estação, calibração), a pontaria, a leitura, etc., resultando dessa medição um **valor numérico chamado medição**.

Medição de distâncias

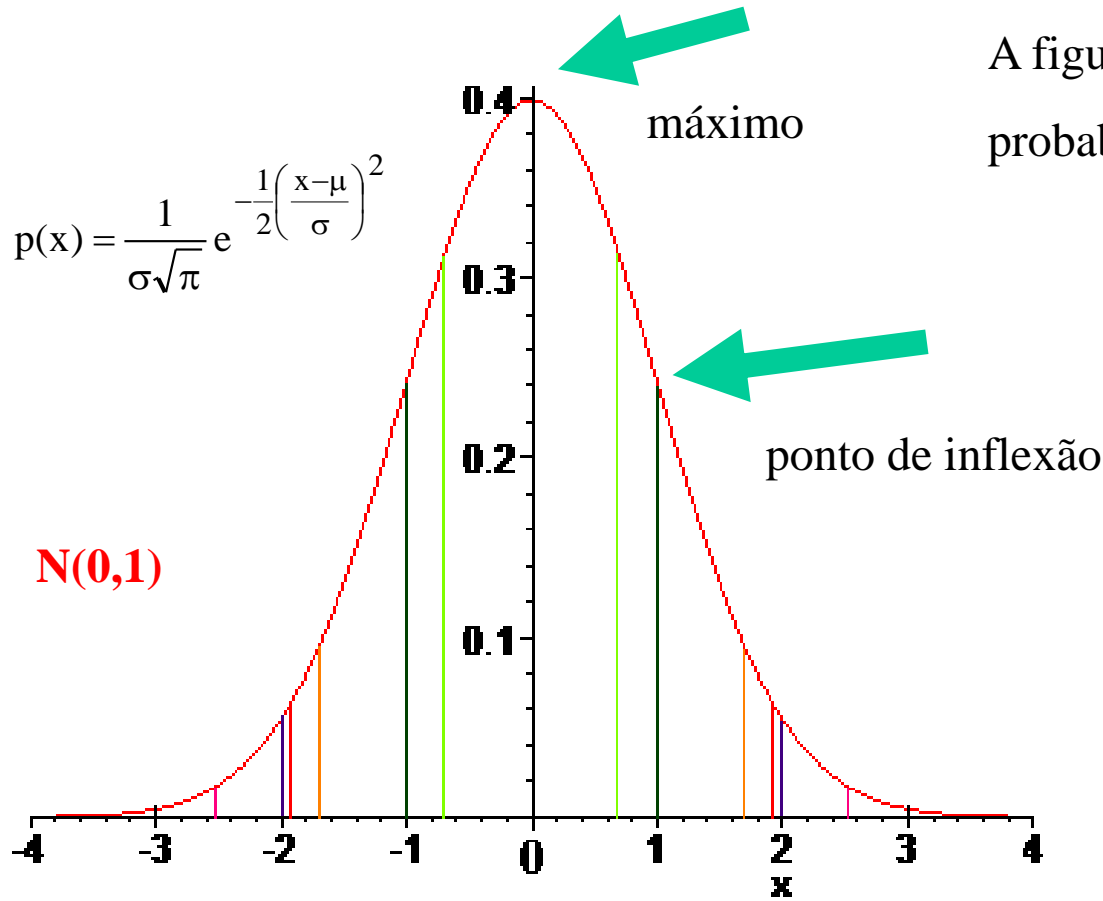
As observações são planeadas de acordo com um dado **modelo matemático**, que é composto por duas partes: o **modelo funcional** descreve as características geométricas ou físicas do problema, enquanto que o **modelo estocástico** descreve as propriedades estatísticas dos elementos envolvidos no modelo funcional pois a variabilidade em observações repetidas de uma mesma quantidade é inevitável num processo de medição.

Após a detecção e eliminação dos **erros grosseiros** e após a identificação e correção dos **erros sistemáticos** presentes nas observações, estas podem ser consideradas como amostras de variáveis aleatórias, que têm uma distribuição normal.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

$$s = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Medição de distâncias



A figura mostra a curva da densidade de probabilidade dos erros:

$$P(-0.6745\sigma < x < 0.6745\sigma) = 0.5000$$

$$P(-\sigma < x < \sigma) = 0.6827$$

$$P(-1.6449\sigma < x < 1.6449\sigma) = 0.9000$$

$$P(-1.9600\sigma < x < 1.9600\sigma) = 0.9500$$

$$P(-2\sigma < x < 2\sigma) = 0.9545$$

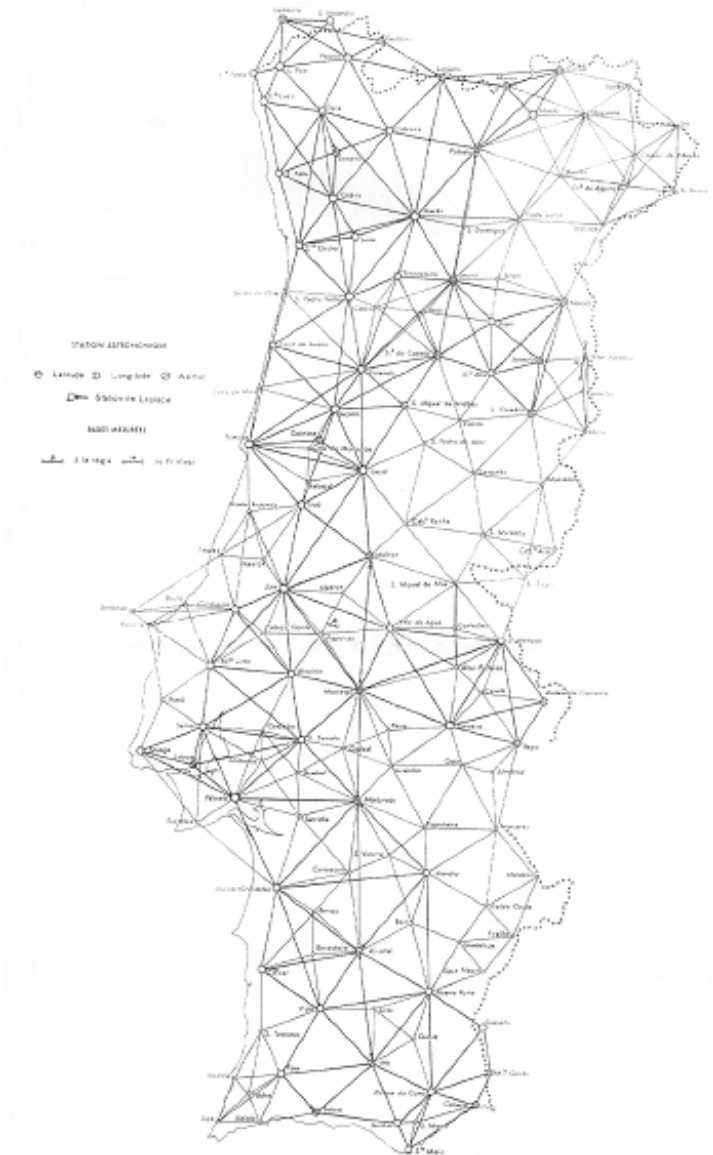
$$P(-2.5758\sigma < x < 2.5758\sigma) = 0.9900$$

$$P(-3\sigma < x < 3\sigma) = 0.9973$$

Medição de distâncias

Para construir a cartografia de um país, é necessário começar por determinar as **posições exactas** de um número limitado de pontos (**rede geodésica**) que, servindo de apoio aos levantamentos topográficos subsequentes, garantam o rigor indispensável.

A **posição** de um ponto definida por **3 coordenadas**, só por si, não tem qualquer significado: é necessário indicar qual o **referencial** relativamente ao qual essas coordenadas foram obtidas, assim como a **incerteza** associada a cada um desses valores.

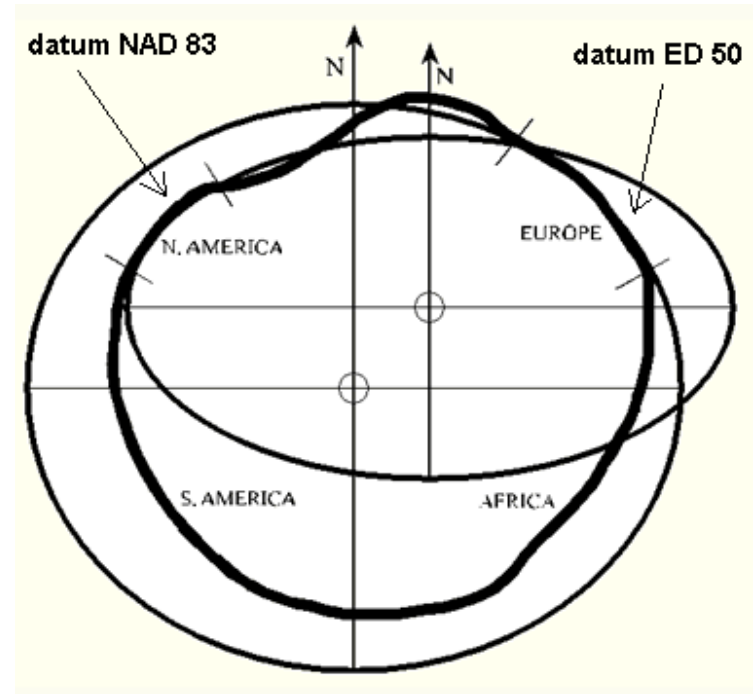


Rede geodésica de 1ª ordem

Medição de distâncias

Os **sistemas de referência** são utilizados para descrever as posições de objectos. Quando é necessário identificar a posição de uma determinada informação na superfície da Terra são utilizados os **Sistemas de Referência Terrestres ou Geodésicos**. Estes por sua vez, estão associados a uma **superfície** que mais se aproxima da forma da Terra, e sobre a qual são desenvolvidos todos os cálculos das suas coordenadas (**elipsóide**).

Num certo ponto, tomado como **ponto astronómico fundamental**, (designado por origem do **datum**) determinam-se pelos processos da astronomia, a latitude e a longitude desse ponto e o azimute de uma direcção de referência.



Posicionamento do elipsóide em relação ao geóide

(datum geodésico local)

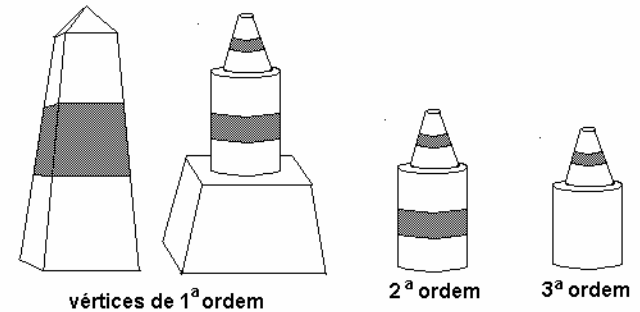
($a, e, \varphi_0, \lambda_0, N_0, \alpha_0, \eta_0, \zeta_0$)

Cada sistema de referência inclui a **definição teórica** dos parâmetros que definem o referencial e a respectiva **realização** a partir de **observações**.

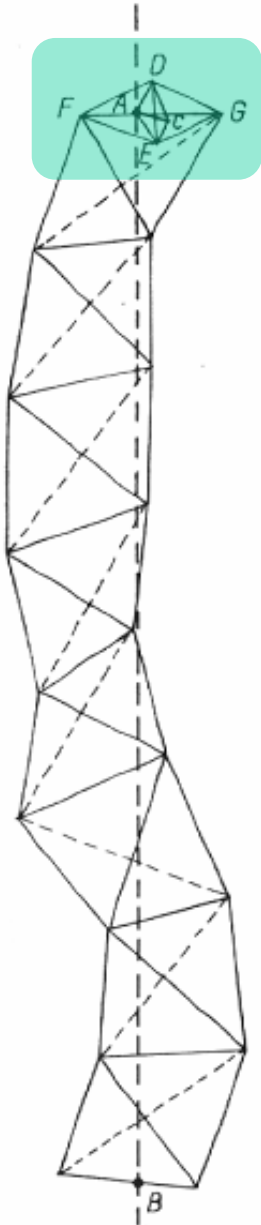
Medição de distâncias

De que forma se atribuem coordenadas aos restantes pontos considerados?

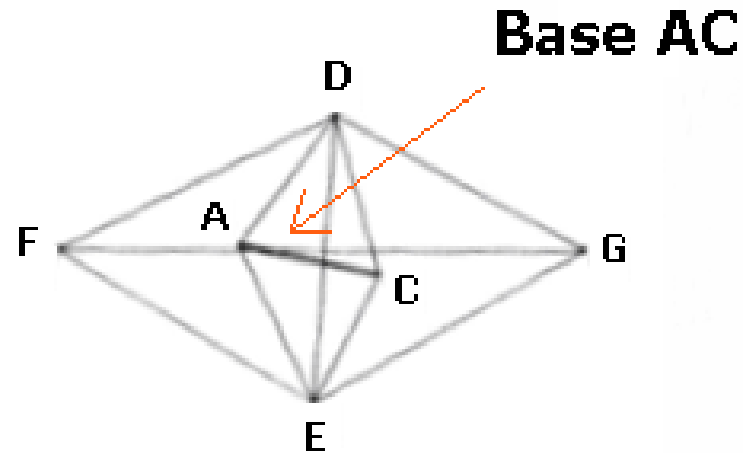
Uma **triangulação** é o método geodésico que visa cobrir um território extenso com uma rede de figuras geométricas cuja dimensão é conhecida com precisão, devendo os vértices dessas figuras, em geral triângulos, ser materializados no terreno através de construções estáveis (vértices geodésicos). Para efeitos de implementação de uma rede geodésica, é necessário efectuar **observações angulares e de distância** de forma a relacionar os vértices entre si.



Medição de distâncias



A primeira operação no estabelecimento da rede geodésica clássica de um país consiste em **medir rigorosamente o comprimento de uma base** (o que define a escala da rede)



e, em seguida, estacionando nas suas extremidades, visar pontos que constituem os vértices de **triângulos** da rede; a partir daí, repete-se o procedimento de medição de ângulos, estacionando em todos os vértices geodésicos, até cobrir a totalidade do território.

Medição de distâncias

Porquê triângulos? Porque são figuras geométricas simples com relações entre ângulos e lados bem definidas. Conhecendo-se o comprimento de um dos lados e dois ângulos, é possível determinar o terceiro ângulo e os outros lados. A medição do terceiro ângulo permite um controlo angular.

Definidas a **posição do ponto fundamental (origem da rede geodésica)**, a **orientação** e a **dimensão de um dos lados da rede**, então a posição dos demais pontos é obtida pelos valores observados dos ângulos dos triângulos, recorrendo às leis da trigonometria (transporte de coordenadas).

Porque razão nas redes geodésicas clássicas **há poucas distâncias observadas?**

Porque, como vamos ver de seguida, **historicamente as observações de distâncias eram obtidas com grande dificuldade.**

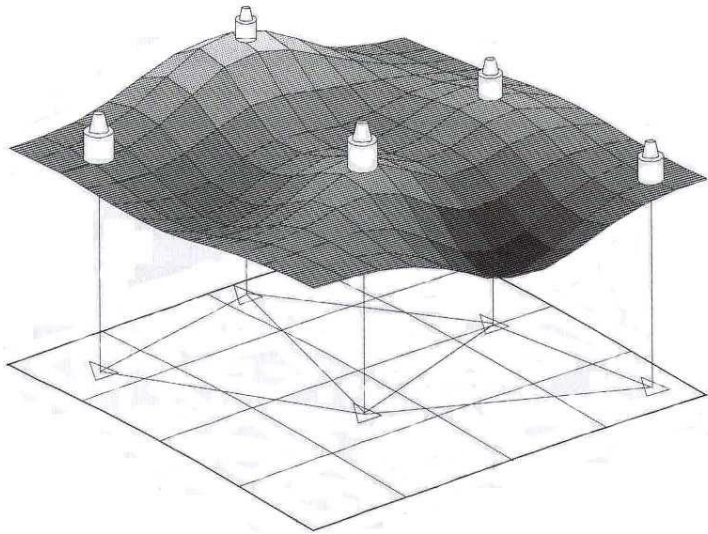
Medição de distâncias

Numa rede geodésica de **1ª ordem**, onde os vértices estão distanciados de 40 a 60 km uns dos outros, os erros na medição dos ângulos devem estar compreendidos entre **0.3''** e **1.0''** (para tornar estes valores mais claros, $\sin 1'' = 1/206265$, o que equivale a, para uma distância de 206.265 m, um arco de 1 mm, correspondente a um erro relativo de **4.8×10^{-6}**), enquanto que os erros relativos nas distâncias devem ser inferiores a **10^{-6}** (para uma base de 10 km de comprimento, este valor representa um erro de 1 cm).

Medição de distâncias

Devido aos erros cometidos na observação das distâncias e dos ângulos, verifica-se uma propagação e acumulação de **erros de escala e de orientação** ao longo da rede; para limitar a influência destes erros, devem evitar-se triângulos obtusos (nenhum ângulo deve ser inferior a 30 graus nem superior a 140 graus), embora o método de controlo mais evidente consiste em estabelecer em diversos locais da rede **novas bases** (possibilitando assim a re-escalagem da rede), assim como **pontos de Laplace** (que permitem comparar as coordenadas astronómicas com as coordenadas geodésicas, possibilitando assim a re-orientação da rede).

Medição de distâncias



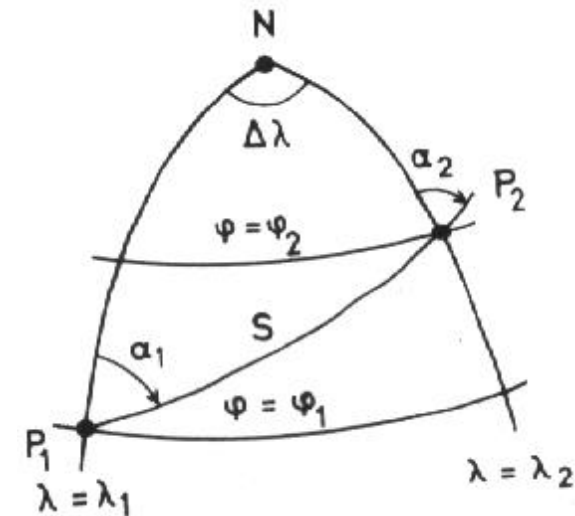
Triangulação de uma rede geodésica no terreno e na superfície de referência.

Redução das observações ao elipsóide

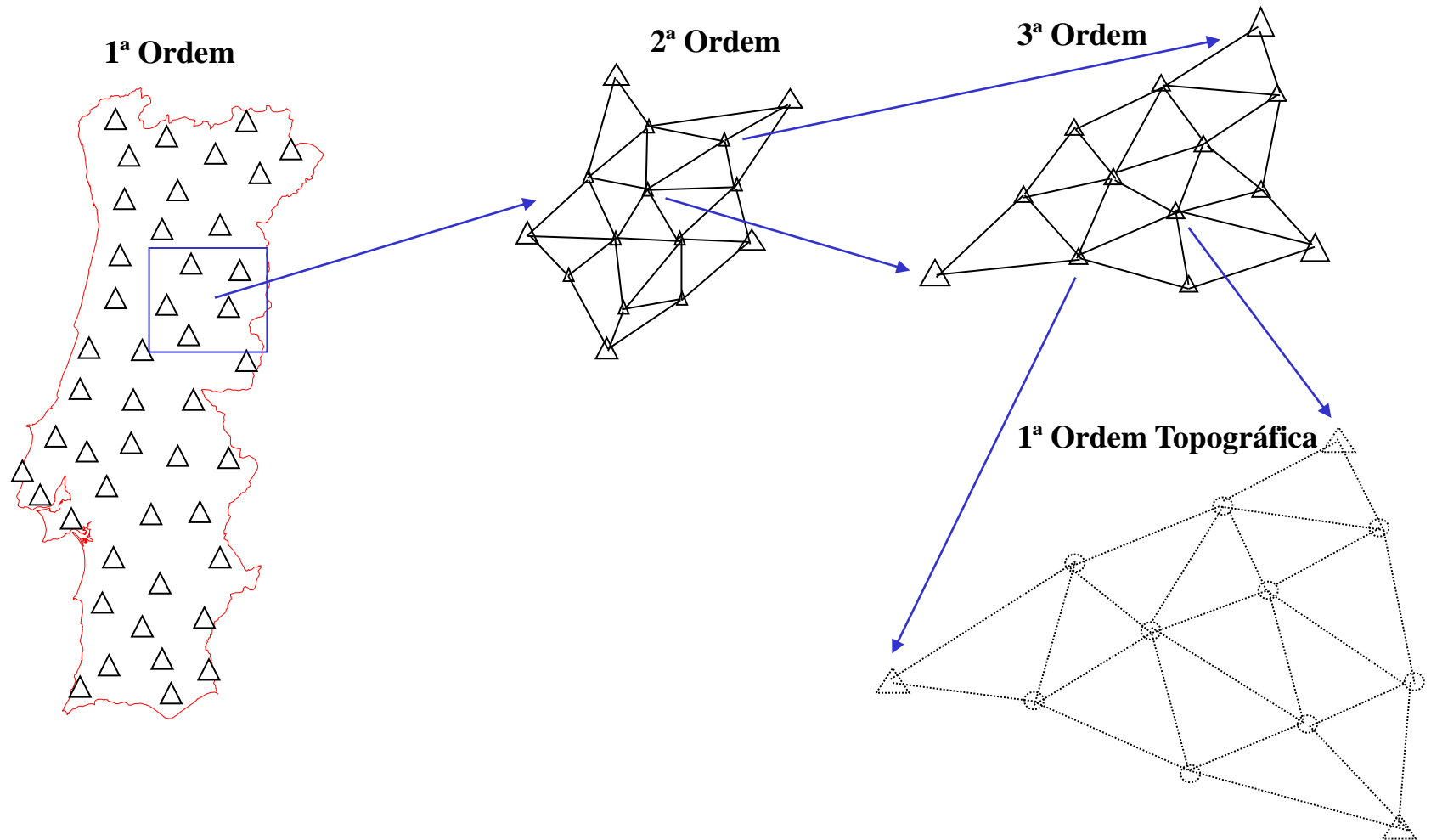
Transporte de coordenadas a partir da origem do datum:

Problema directo: dados (φ_1, λ_1) , S , α_1 determinar (φ_2, λ_2)

Problema inverso: dados (φ_1, λ_1) , (φ_2, λ_2) determinar S , α_1



Medição de distâncias



Medição de distâncias

Medição directa de distâncias

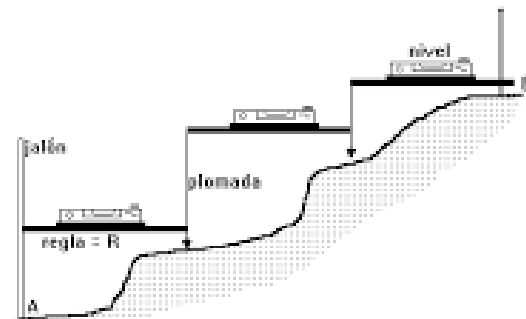
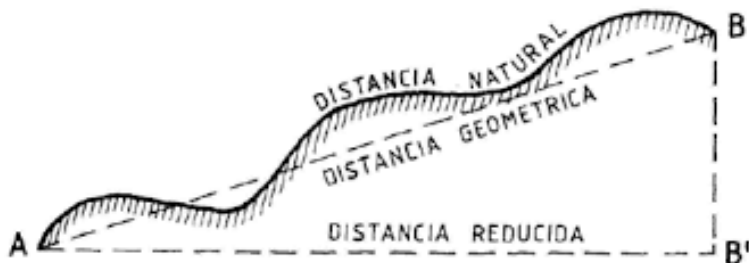
A **medição directa da distância** efectua-se recorrendo a uma **materialização de um padrão de medida que é aplicado à distância a medir.**

Esse padrão pode consistir em cadeias (trena), fitas métricas ou fios, mais ou menos precisos conforme a qualidade do material utilizado.



Medição de distâncias

No início da geodesia utilizavam-se **réguas de madeira** impregnadas de óleo para protecção contra a humidade para a medição de distâncias. Em 1792, Borda, em França, utilizou réguas construídas com **ligas metálicas** de cobre e platina, de forma a minimizar os efeitos da variação da temperatura no respectivo comprimento; Bessel, na Alemanha, introduziu réguas análogas, enquanto que em Inglaterra eram utilizadas ligas de ferro-latão, obtendo-se em geral variações no comprimento da régua da ordem de $10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ (embora na altura fosse impossível medir a temperatura ambiente com a precisão de 1°C). O procedimento consistia em colocar várias réguas justapostas para efectuar as medidas, ou em transportar a mesma régua ao longo de um dado alinhamento.



Medição de distâncias

No início do século XX constatou-se que a liga ferro-níquel, em proporções adequadas (**ínvar**, 64% aço, 36% níquel)), apresentava um coeficiente de dilatação reduzido (daí o nome ínvar, de invariável).

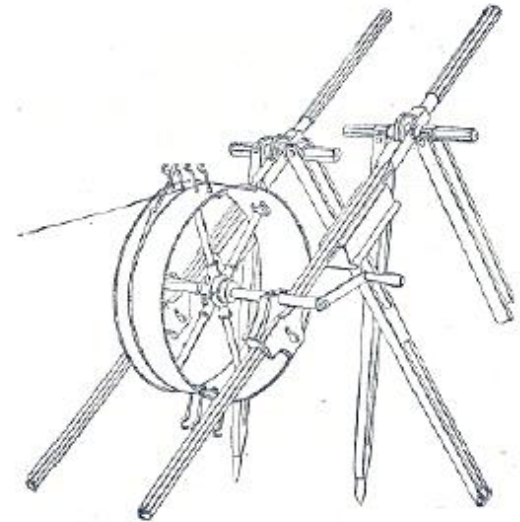
A partir do ínvar foram construídos **fios** de comprimento *standard* igual a **24 m** e de diâmetro 1.65 mm, acondicionados para efeito de transporte em **tambores** apropriados de 50 cm de diâmetro (tendo como complementos de medida um fio de 8 m e uma fita graduada em mm de 4 m, ambos de invar, para as medidas complementares de 24 m).



Medição de distâncias

Sendo o comprimento das bases da ordem das **dezenas de quilómetros**, o fio percorria a distância tantas vezes quantas as necessárias para ligar as duas extremidades da base, sendo os dois tripés nos quais o fio se apoiava alinhados com auxílio de um teodolito e de um terceiro tripé, colocado à frente.

Para efeito de redução da distância inclinada ao horizonte, observava-se o desnível entre as duas extremidades relativamente ao horizonte. Este processo requeria a selecção ou preparação de um alinhamento no terreno, tão plano quanto possível.



Medição de distâncias

A base devia localizar-se num terreno plano, horizontal se possível, pouco sujeito a deformações e de tal modo que as extremidades fossem intervisíveis.



remoção de troncos ao longo do alinhamento



estruturas para atenuar a inclinação do terreno e ultrapassar uma depressão



colocação dos tripés ao longo da base



colocação do fio sobre os tripés



colocação do peso tensor



nivelamento entre tripés

Medição de distâncias



realização das leituras

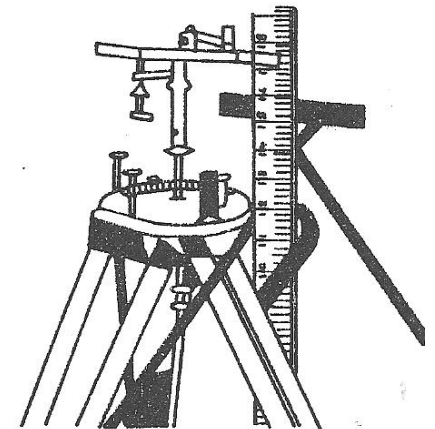
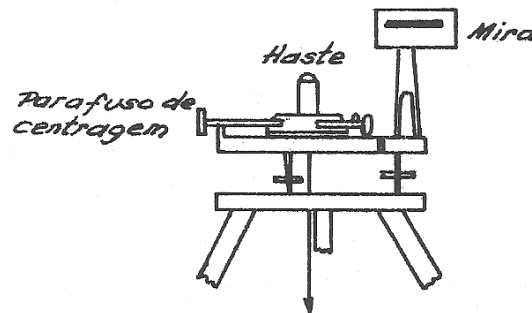
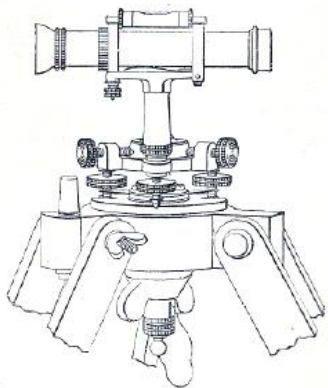


realização das leituras



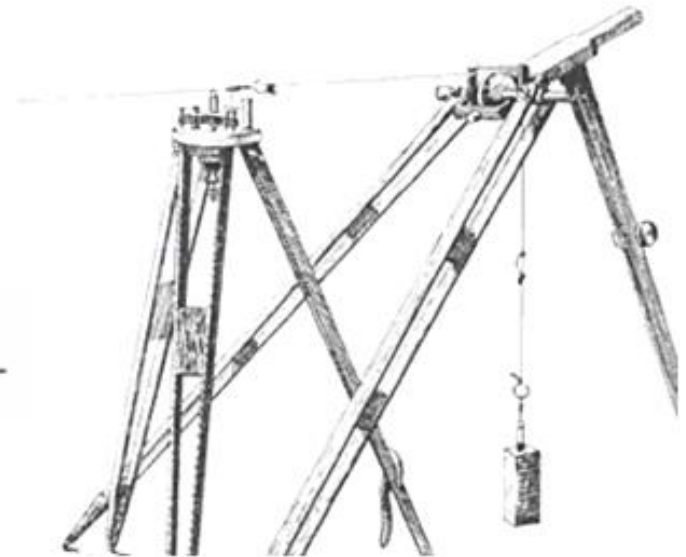
limpeza e colocação dos fios no tambor

No prato superior do tripé de referência (que pode ter um deslocamento lateral de 15 cm), munido de parafusos nivelantes, podiam colocar-se alternadamente um óculo de alinhamento, uma referência ou um nível.



Medição de distâncias

Para efectuar uma medição, o fio era colocado entre dois tripés consecutivos e submetido a uma tensão de 10 kg em cada extremidade. Cada fio tinha nas extremidades uma régua de 8 cm, onde as leituras eram efectuadas utilizando lupas, permitindo uma precisão de 0.1 mm/24 m ou **1/240000**.



Tripés de referência e tensor

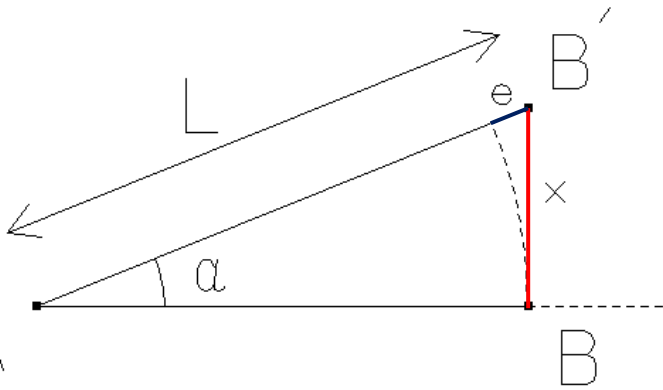
Medição de distâncias

Considerando a figura que exprime o **erro de (falta de) alinhamento $x=BB'$** cometido num **troço de comprimento L m**, a influência **e** do erro x na medição da distância AB pretendida obtém-se de:

$$x \approx \alpha L \Rightarrow \alpha = \frac{x}{L}$$

$$\cos \alpha = \frac{AB}{L} \Rightarrow AB = L \cos \alpha = L \cos \frac{x}{L}$$

$$e = AB' - AB = L - L \cos \frac{x}{L} = L \left(1 - \left(1 - \frac{1}{2} \frac{x^2}{L^2} + \dots \right) \right) \approx \frac{x^2}{2L}$$



A condição a verificar para o **erro relativo** na medição da distância AB é:

$$\frac{e}{L} = \frac{x^2}{2L^2} < 10^{-6}$$

ou $\frac{x}{L} < \sqrt{2} 10^{-3}$

Como por construção $L=24$ m, vem $x < 3$ cm, o que é realizável.

Medição de distâncias

À primeira vista, pode parecer que o erro de falta de alinhamento não é preocupante na medição de uma base mas este tipo de erro é **sistemático**, isto é, em cada troço obtém-se sempre um valor maior do que é suposto.

Note-se, por exemplo, que numa base de **24 km** de comprimento é necessário efectuar **1000** operações sucessivas. Se nesta distância se pretender assegurar uma precisão de 0.5 cm, um valor que corresponde a uma precisão relativa de 2×10^{-5} , cada operação individual deve ser realizada com um erro máximo de $2 \times 10^{-8} = 0.00000048$ m).

Medição de distâncias

O erro cometido no cálculo do desnível entre as duas extremidades do fio exprime-se pela mesma equação, sendo portanto proporcional ao quadrado do desnível, sendo assim igualmente importante alinhar os tripés não só em direcção como em altura. As diferenças de nível entre as extremidades de cada troço são medidas com nivelamento de precisão.

Sendo e_1 o erro de leitura em cada uma das réguas, o erro cometido na medição de uma distância devido aos erros de leitura é dado por $\sqrt{2} e_1$; sendo efectuados n troços, o erro resultante é $\sqrt{2n} e_1$.

Medição de distâncias

Considerando uma base de 12 km medida com fios de 24 m de comprimento, é necessário efectuar 500 troços e tomando $e_1=0.1$ mm, o erro associado ao comprimento da base devido a erros de leitura tem o valor $\sqrt{2 \times 500} \times 0.1 \text{ mm} = 3.16 \text{ mm}$, inferior à precisão imposta à medição de distâncias (aceitável, portanto). Este cálculo indica que utilizando réguas de 4 m, o aumento por um factor de 6 do número de troços conduziria à exigência de uma precisão 2.5 vezes melhor nas leituras individuais.

Medição de distâncias

Considerando os valores $L=24$ m, $T=10$ kg e $p=17.3$ gr/m, respectivamente o comprimento do fio, a tensão aplicada em cada extremidade e a densidade linear do fio, o **efeito de catenária** origina uma diferença entre a distância medida entre os dois tripés segundo o segmento de recta d que os une e ao longo do fio dada por $e \approx \frac{8f^2}{3d} \approx 1.6$ mm , onde f é a flecha, a que corresponde um erro relativo $\frac{1.6}{24000} \approx 7 \times 10^{-5}$.

Medição de distâncias

Outros erros devem ser considerados como sejam o erro de elasticidade do fio, a correção de temperatura e a correção devida ao peso do próprio fio;

Para além disso, as distâncias medidas devem ser reduzidas ao nível do mar.

De forma a garantir o rigor das observações de distância, os fios devem ser calibrados regularmente, através da comparação com padrões de medida.

Medição de distâncias

Medição indirecta de distâncias

O processo de medida é **indirecto** quando a distância é obtida em função da medida de outras grandezas, não havendo, portanto, necessidade de percorrer a distância a determinar.

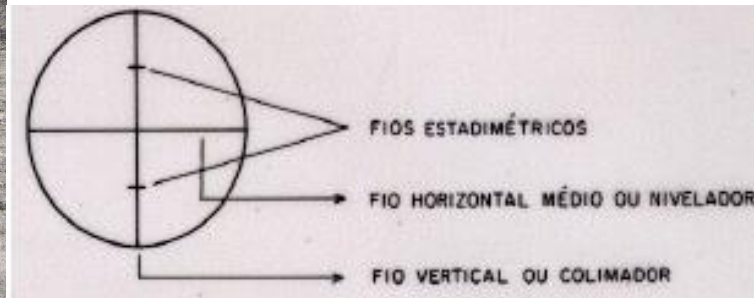
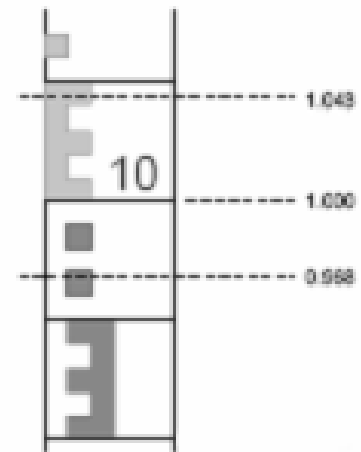
Medição de distâncias

A medida **taqueométrica** de distâncias é baseada na resolução de triângulos isósceles ou rectângulos.

Os instrumentos utilizados são denominados taqueómetros, que além de medir ângulos.

Medição de distâncias

Os taqueómetros são classificados em normais (teodolitos providos de fios stadimétricos) e autoredutores (fornecem os dados referentes às leituras na mira com auxílio dos **fios stadimétricos**, bem como o ângulo de inclinação lido no limbo vertical do aparelho).

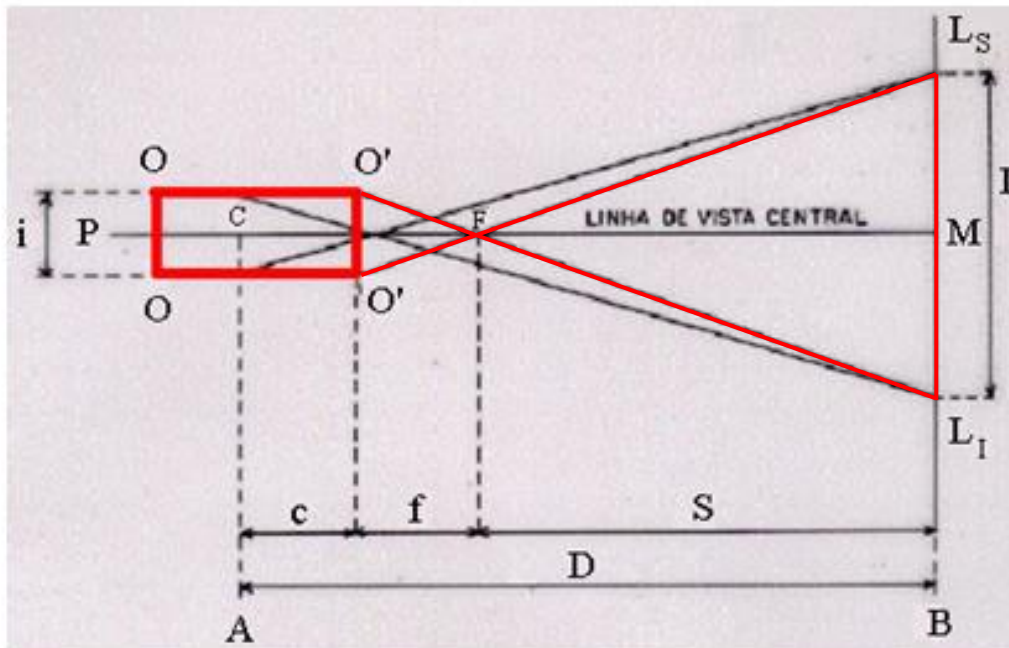


Medição de distâncias

Da semelhança entre os triângulos $FL_S L_I$ e $O'O'F$ tem-se $\frac{O'O'}{I} = \frac{f}{S}$. Sendo $O'O' = i$ a distância entre os 2 fios

estadimétricos do retículo e $L_S - L_I = I$ a diferença entre as leituras na mira, tem-se $S = \frac{If}{i}$. Sendo $D = S + f + c$, então

$D = I \frac{f}{i} + (f+c)$, onde $\frac{f}{i}$ se designa constante multiplicativa e $(f+c)$ se designa constante aditiva (nos teodolitos modernos têm valor 100 e 0, respectivamente).



- P é o observador;
- C é o eixo vertical do instrumento;
- F é o foco do sistema;
- O-O' é a ocular da luneta;
- O'-O' é a objetiva da luneta;
- A é o ponto estação;
- B é o ponto onde está a mira;
- c é a distância entre o eixo vertical do instrumento e a objetiva;
- f é a distância focal;
- S é distância entre o foco e a mira;
- D é a distância entre os pontos A e B.

Medição de distâncias

No caso de uma visada inclinada de um ângulo α , por semelhança de triângulos tem-se:

$$\frac{S}{f} = \frac{I'}{i} \text{ ou } S = I' \frac{f}{i}$$

e então $D = S + f + c = I' \frac{f}{i} + (f + c)$, onde

$I' = L'_S - L'_I$ não é conhecido, já que a mira está na posição vertical. Como I' é perpendicular à visada, $\beta = \gamma \approx 90^\circ$, tem-se $L'_S M = L_S M \cos \alpha$ e

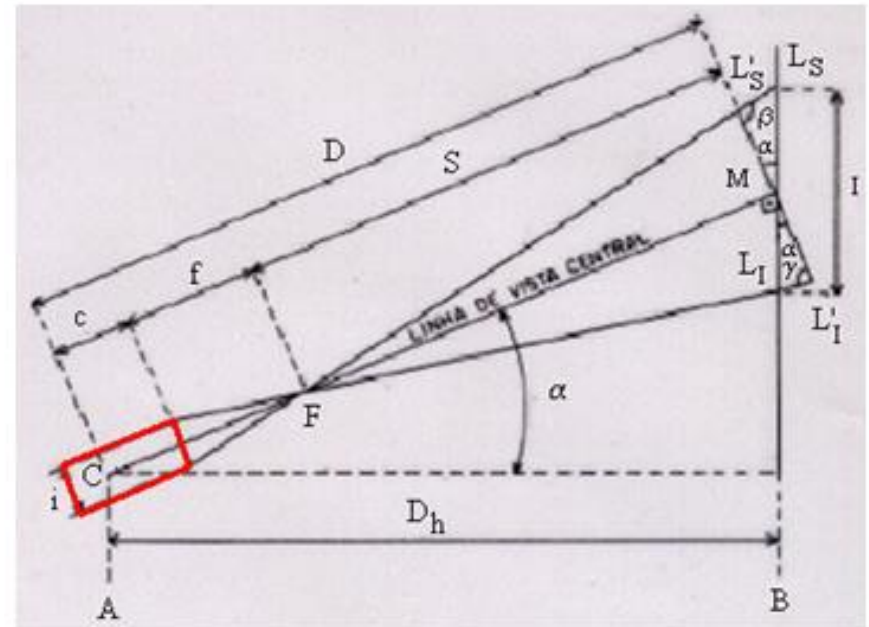
$L'_I M = L_I M \cos \alpha$, donde

$$L'_S M + L'_I M = (L_S M + L_I M) \cos \alpha,$$

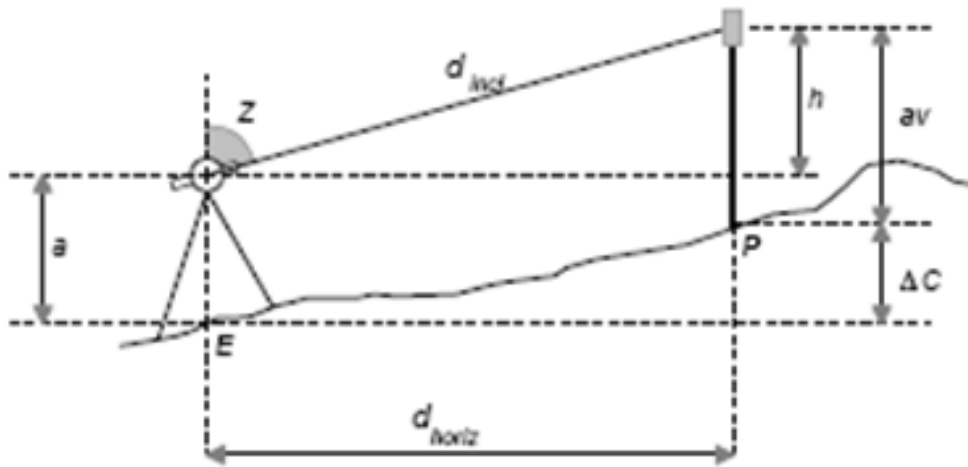
$L'_S L'_I = L_S L_I \cos \alpha = i \cos \alpha$, donde

$$D = I \cos \alpha \frac{f}{i} + (f + c) = 100(L_S - L_I) \cos \alpha \text{ e}$$

$$D_h = D \cos \alpha = 100(L_S - L_I) \cos^2 \alpha = 100(L_S - L_I) \sin^2 z$$



Medição de distâncias



Utilizando um taqueômetro, a distância vertical ou desnível entre o ponto estação E e o ponto visado P é dado por:

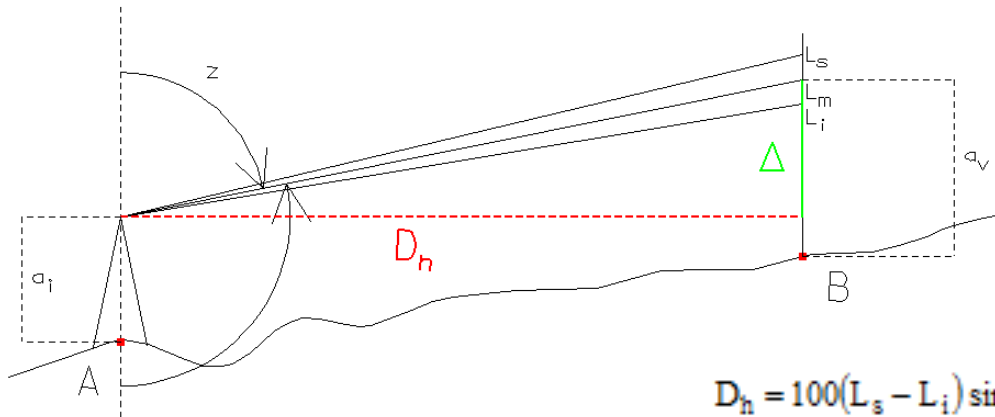
$$D_V = \Delta C = C_p - C_E = a + h - a_v = a + D_h / \tan z - a_v,$$

onde a_v corresponde à leitura efectuada com o fio médio.

Medição de distâncias

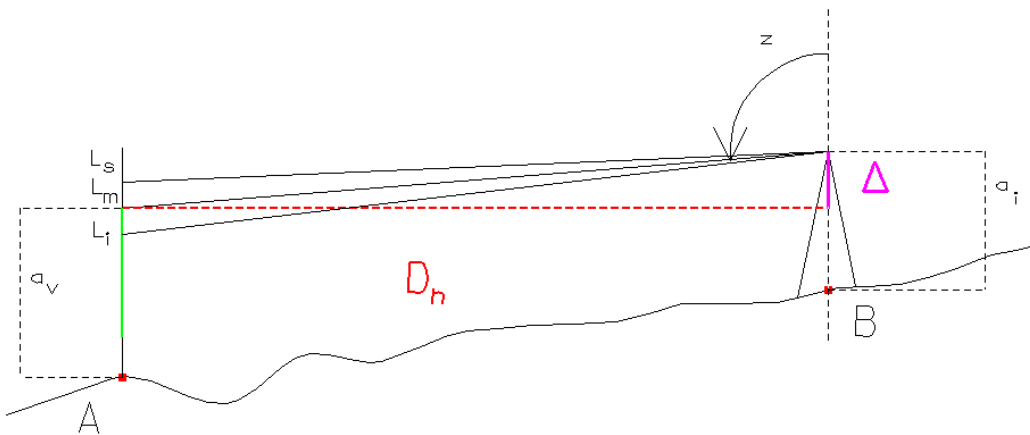
Exemplo: ao efectuar um levantamento taqueométrico, estacionou-se no ponto A um taqueómetro com constante estadimétrica igual a 100 e visou-se o ponto B, tendo-se obtido as observações seguintes (os ângulos verticais que o aparelho fornece são **ângulos nadirais**): altura do aparelho: 1.47 m, ângulo vertical: 103.137 gon, leitura do fio superior: 2.500 m, leitura do fio médio: 1.500 m, leitura do fio inferior: 0.500 m. Em seguida, estacionou-se o taqueómetro no ponto B e visou-se o ponto A, tendo-se registado as observações: altura do aparelho: 1.51 m, leitura do fio médio: 1.600 m. Calcule a distância horizontal entre os pontos A e B. Determine a cota do ponto B sabendo que a cota do ponto A é igual a 121.05 m. Admitindo que não existem erros de qualquer tipo, determine o ângulo vertical em B, bem como as leituras dos fios superior e inferior.

Medição de distâncias



$$D_h = 100(L_s - L_i) \sin^2 z = 100(2.500 - 0.500) \sin^2 96.863 = 199.51 \text{ m}$$

$$C_B = C_A + a_i + \frac{D_h}{\tan z} - a_v = 121.05 + 1.47 + \frac{199.51}{\tan 96.863} - 1.500 = 130.86 \text{ m}$$

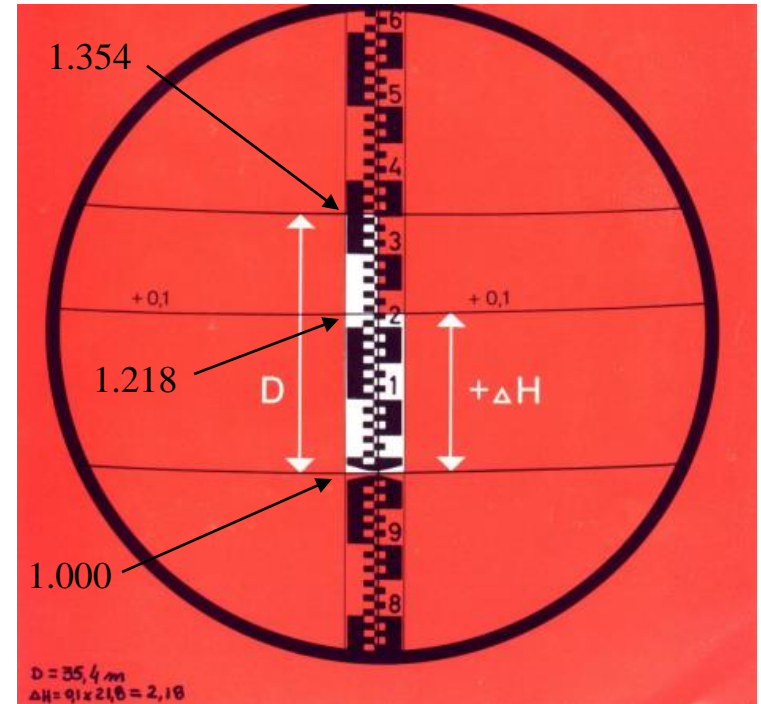
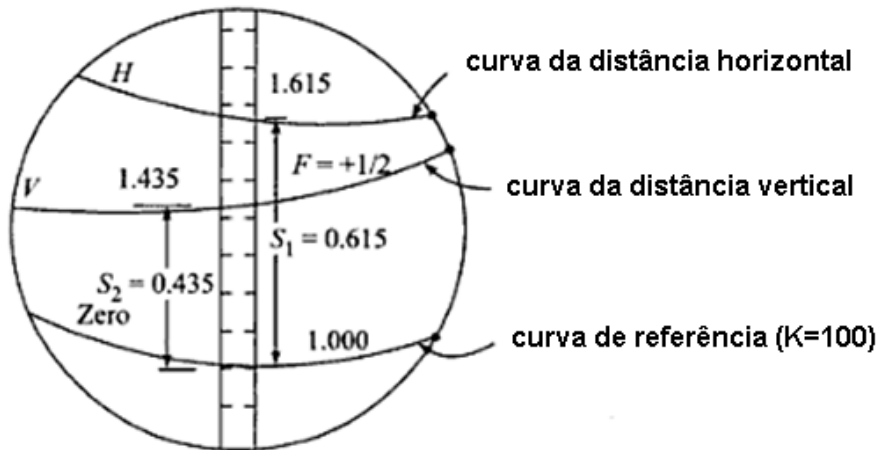


$$C_B + a_i - \frac{D_h}{\tan z} - a_v = C_A \Rightarrow C_B - C_A + a_i - a_v = \frac{D_h}{\tan z} \Rightarrow z = a \tan\left(\frac{D_h}{C_B - C_A + a_i - a_v}\right) = 103.099 \text{ gon}$$

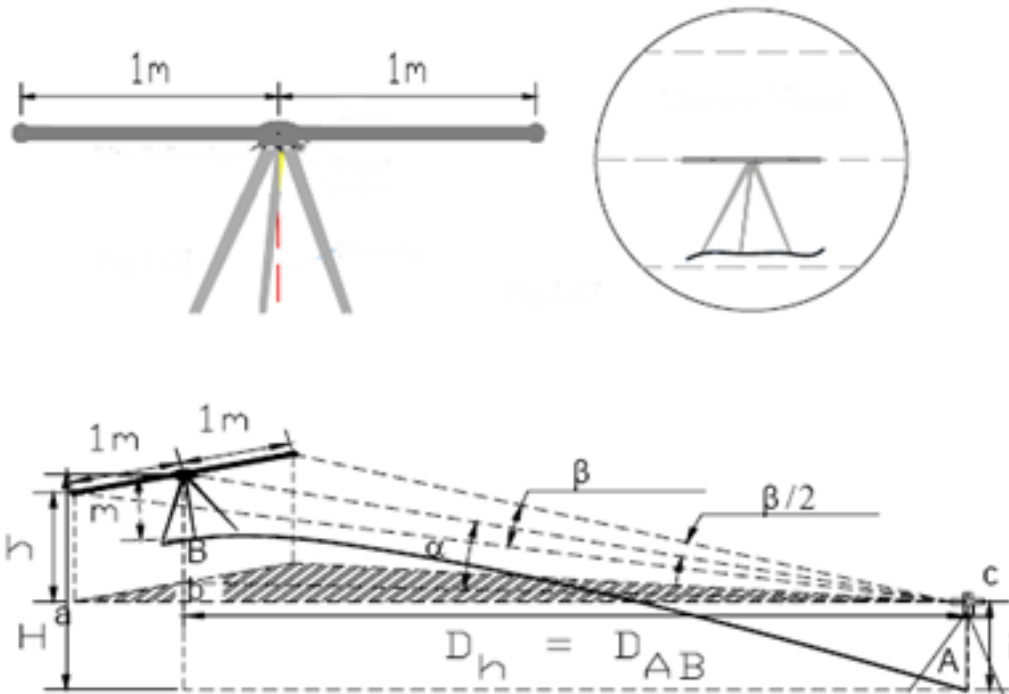
$$\begin{cases} L_s = 2.6000 \\ L_m = 1.600 \\ L_i = 0.600 \end{cases}$$

Medição de distâncias

O **taqueómetro autoreductor** utiliza curvas de redução, projectadas no campo de visão, para a leitura directa de distâncias horizontais e diferenças de altitude a partir de visadas para miras verticais. Estas curvas de redução, baseadas nas fórmulas para a distância inclinada estadimétrica, estão impressas numa placa de vidro que acompanha o movimento da luneta. A constante de multiplicação horizontal é igual a 100 mas há várias curvas dependendo do ângulo zenital.



Medição de distâncias

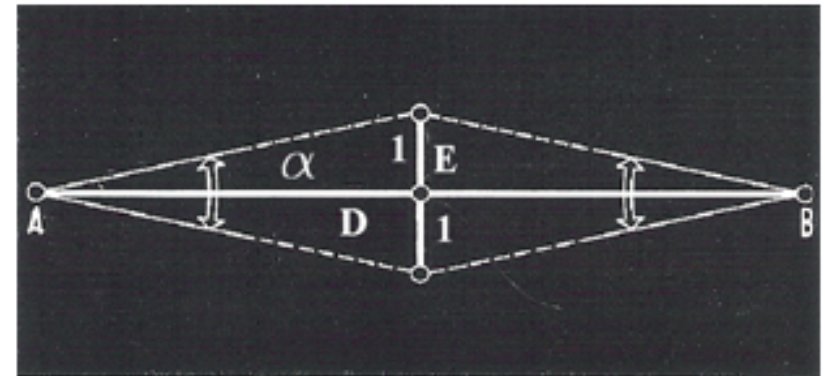


Para medições topográficas de distância impõe-se uma precisão da ordem de $1/10000$ (ou 10^{-4}). Para o efeito, utilizam-se miras de invar de comprimento fixo (estádias de invar), montadas em tripés de forma a manterem-se numa posição horizontal e numa direcção perpendicular à pontaria. Sendo M o comprimento da mira, as leituras azimutais feitas para as duas referências extremas da mira determinam o ângulo azimutal β tal que $D_h = M/2 \cotg(\beta/2)$; sendo $M=2$, tem-se $D_h = \cotg(\beta/2)$. Devem ser realizadas várias observações do ângulo horizontal; como a estadia está horizontal, basta utilizar uma das faces do aparelho.

Medição de distâncias

Exemplo: a estadia de invar pode ser utilizada desde que a distância a medir seja da ordem dos 50 m; assim, para medir a distância AB da ordem dos 100 m, coloca-se a estadia aproximadamente a meia distância entre A e B e estaciona-se em ambos os extremos da distância a medir. Tendo sido registados as leituras seguintes nas pontarias para as extremidades da estadia, calcule a distância AB:

| Estação | Esquerda | Direita |
|---------|--------------|--------------|
| A | 102.3771 gon | 104.6712 gon |
| B | 210.3322 gon | 212.6568 gon |



$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{l}{D} \Rightarrow D = \frac{l}{\tan \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} D_{AE} = \frac{l}{\tan 1.14705 \text{ gon}} = 55.495 \text{ m} \\ D_{BE} = \frac{l}{\tan 1.1623 \text{ gon}} = 54.766 \text{ m} \\ D_{AB} = 110.261 \text{ m} \end{cases}$$

Medição de distâncias

Se se pretender determinar a **influência de um erro angular $d\beta$ em β** na distância obtida com estadia de invar, diferencia-se a

expressão $D = \frac{M}{2} \cot g \frac{\beta}{2}$ em ordem a β :

$$dD = \frac{M}{2} \frac{d}{d\beta} \left(\cot g \frac{\beta}{2} \right) d\beta = \frac{M}{2} \left(-\frac{1}{2} \operatorname{cosec}^2 \frac{\beta}{2} \right) d\beta = -\frac{M}{4} \frac{1}{\sin^2 \frac{\beta}{2}} d\beta = -\frac{M \cos^2 \frac{\beta}{2}}{4 \sin^2 \frac{\beta}{2} \cos^2 \frac{\beta}{2}} d\beta = -\frac{D^2}{M} \frac{d\beta}{\cos^2 \frac{\beta}{2}}$$

O valor de dD é majorado por $dD = -\frac{D^2}{M} d\beta$ (o sinal negativo significa que a distância vem demasiado pequena se o ângulo for demasiado grande). Admitindo que a precisão na medição do ângulo β é $d\beta=1''$ e que $M=2$, tem-se:

$$dD_m = \frac{D_m^2}{2} \frac{1''}{206265''} = \frac{D_m^2}{412530} \approx \frac{D_m^2}{400000}$$

ou

$$dD_{mm} = \frac{D_m^2}{400}$$

Fazendo variar a distância, obtém-se a tabela seguinte, que permite concluir que para garantir a precisão de 1/10000 na determinação da distância, D deve ser ≤ 40 m.

| | | | | | | | | | | |
|---------|-----|-----|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| D (m) | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 150 | 200 | 300 | 400 | 500 |
| dD (mm) | 1.0 | 3.9 | 8.7 | 16 | 24 | 55 | 97 | 218 | 388 | 606 |

Medição de distâncias

Se se pretender determinar a **influência de um erro dM no comprimento M da estadia** na distância obtida com estadia de invar, diferencia-se a expressão $D = \frac{M}{2} \cot g \frac{\beta}{2}$ em ordem a M :

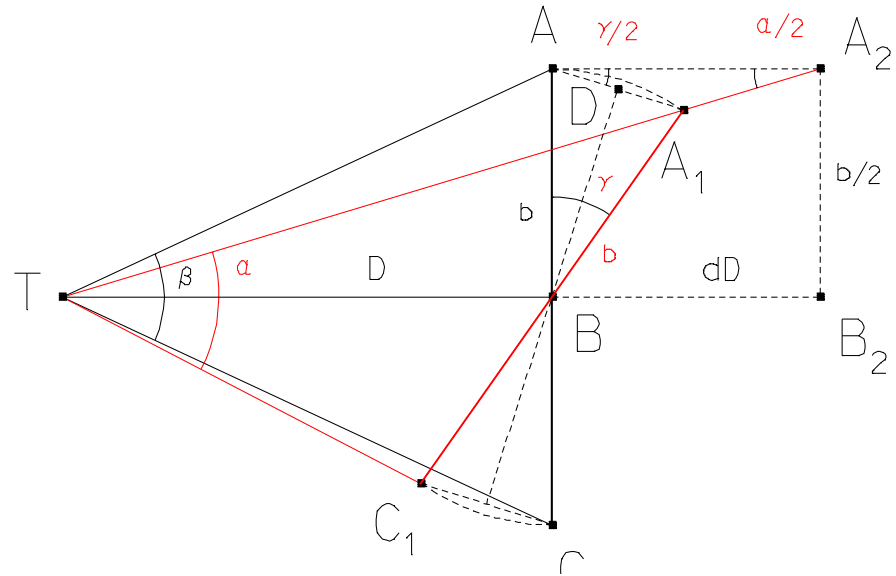
$$dD = \frac{dM}{2} \cot g \frac{\beta}{2} = \frac{dM}{2} \frac{2D}{M} = \frac{dM}{M} D$$

Admitindo que a precisão na medição do ângulo M é $dM=0.1 \text{ mm}$ e que $M=2$, tem-se $dD_{\text{mm}} = \frac{0.0001}{2} D$, ou, na forma de tabela,

| | | | | | | | | | | |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|------|-------|------|-------|
| D (m) | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 150 | 200 | 300 | 400 | 500 |
| dD (mm) | 0.001 | 0.002 | 0.003 | 0.004 | 0.005 | 0.0075 | 0.01 | 0.015 | 0.02 | 0.025 |

Medição de distâncias

Se se pretender determinar a influência de um erro γ na orientação da estadia na distância obtida com estadia de invar, considere-se a figura seguinte, onde a estadia sofreu uma rotação de um ângulo γ , da posição AC para a posição A_1C_1 , sendo T o ponto estação do teodolito; a linha de visada considerada para efeito de dedução de dD será a direcção TA_2 .



Do triângulo ABD tem-se: $\sin \frac{\gamma}{2} \approx \frac{\frac{AA_1}{2}}{\frac{b}{2}} = \frac{AA_1}{b} \Rightarrow AA_1 = b \sin \frac{\gamma}{2}$

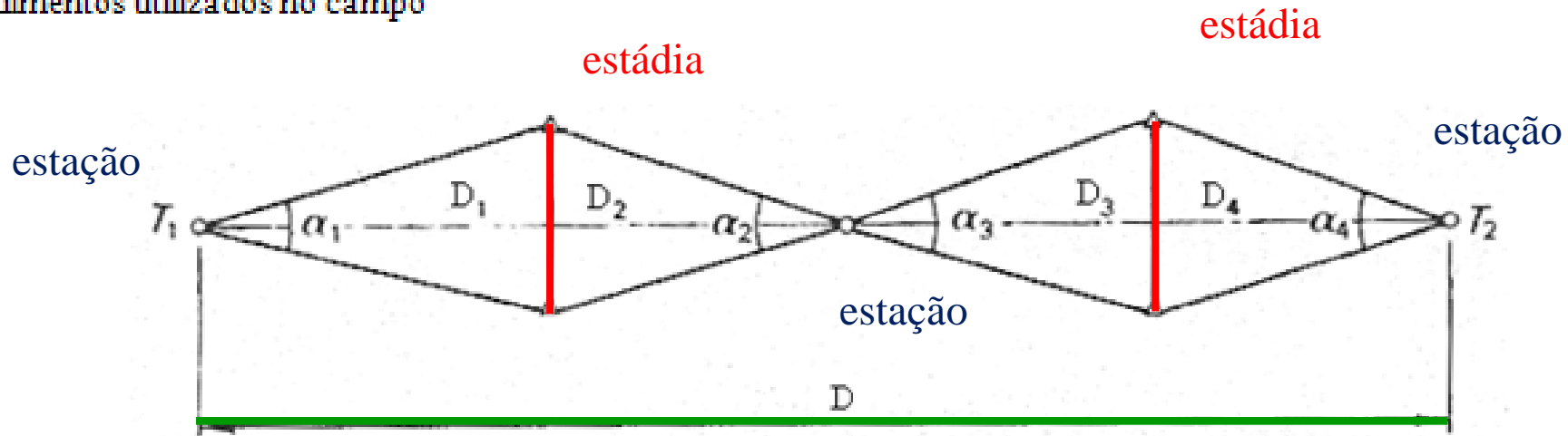
Do triângulo AA_1A_2 tem-se: $\frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{AA_1} = \frac{\sin \left(180^\circ - \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma}{2} \right) \right)}{AA_2} \Rightarrow AA_2 = AA_1 \frac{\sin \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma}{2} \right)}{\sin \frac{\alpha}{2}} = b \sin \frac{\gamma}{2} \frac{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\gamma}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\gamma}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$

$$= b \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\gamma}{2} + b \sin^2 \frac{\gamma}{2} \cot \frac{\alpha}{2}$$

Como $2D \approx b \cot \frac{\alpha}{2}$, então $dD = AA_2 = 2D \sin^2 \frac{\gamma}{2} + \frac{b}{2} \sin \gamma$; desprezando a última parcela, vem $\frac{dD}{D} = 2 \sin^2 \frac{\gamma}{2}$; limitando a precisão relativa a $1/10000$, $\gamma \leq 0^\circ 48.6'$, o que é normalmente obtido com o dispositivo de pontaria, pelo que este efeito pode ser ignorado.

Medição de distâncias

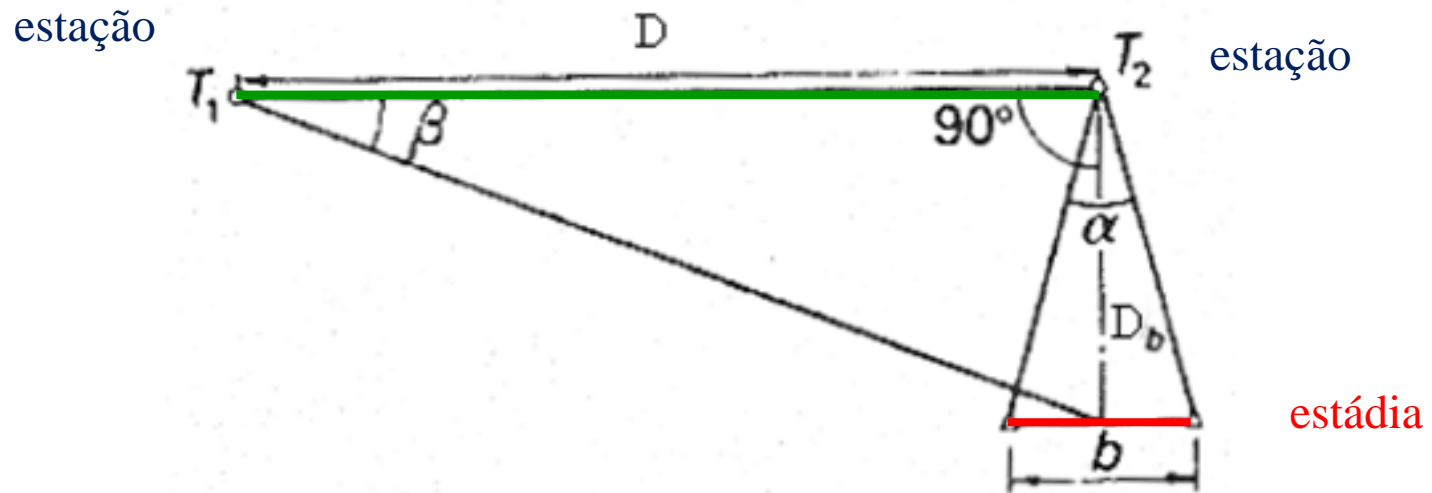
Procedimentos utilizados no campo



Medições em série: $T_1T_2 = D_1 + D_2 + D_3 + D_4 = D = \frac{b}{2} \sum_{i=1}^4 \cot \frac{\alpha_i}{2}$;

No caso geral, $D = \frac{b}{2} \sum_{i=1}^n \cot \frac{\alpha_i}{2}$; se $b = 2 \text{ m}$, $D_i = \frac{D}{n}$, $\alpha_1 = \dots = \alpha_n$, $d\alpha_1 = \dots = d\alpha_n$, $\frac{dD}{d} \approx \frac{D}{400000 n^{3/2}}$

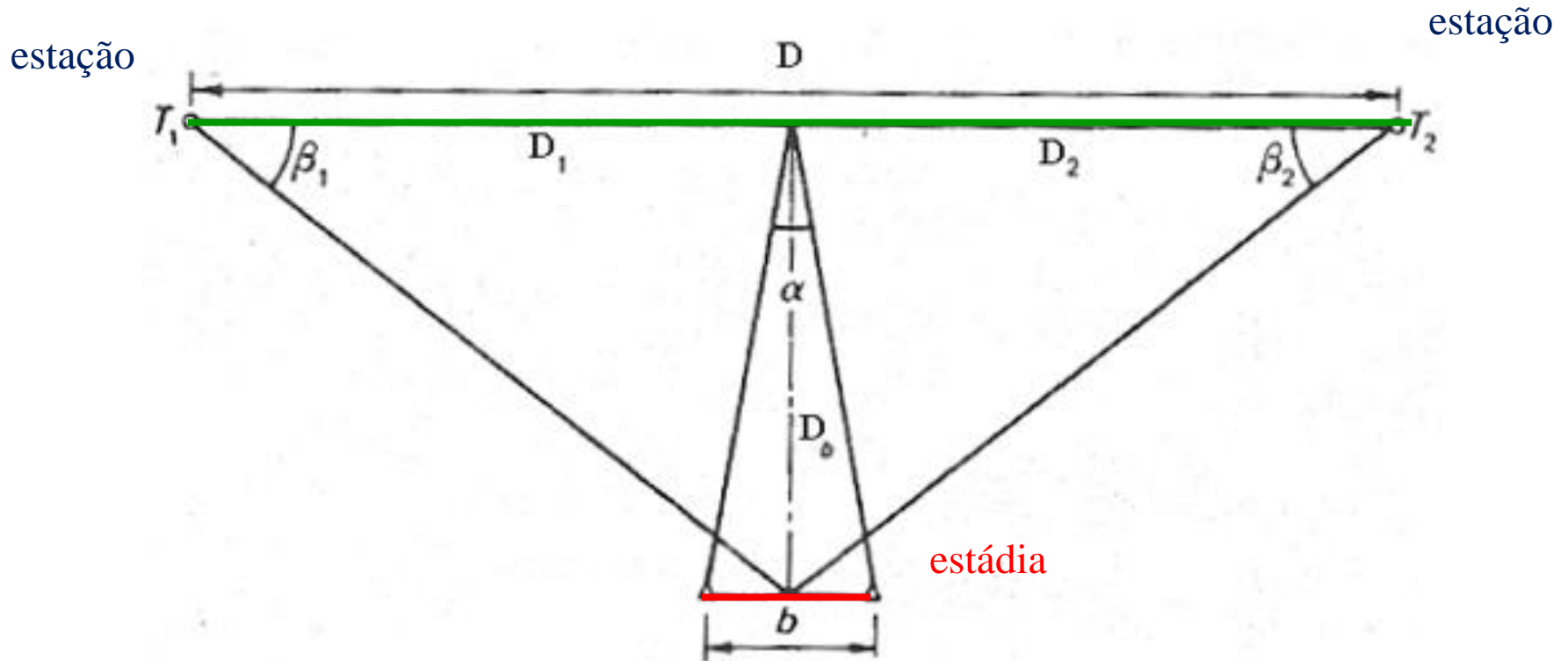
Medição de distâncias



Medição de base auxiliar: a base auxiliar é colocada ortogonalmente à distância D que se pretende medir (quando $D > 150$ m)

$$D = D_b \cot \beta = \frac{b}{2} \cot \frac{\alpha}{2} \cot \beta$$

Medição de distâncias



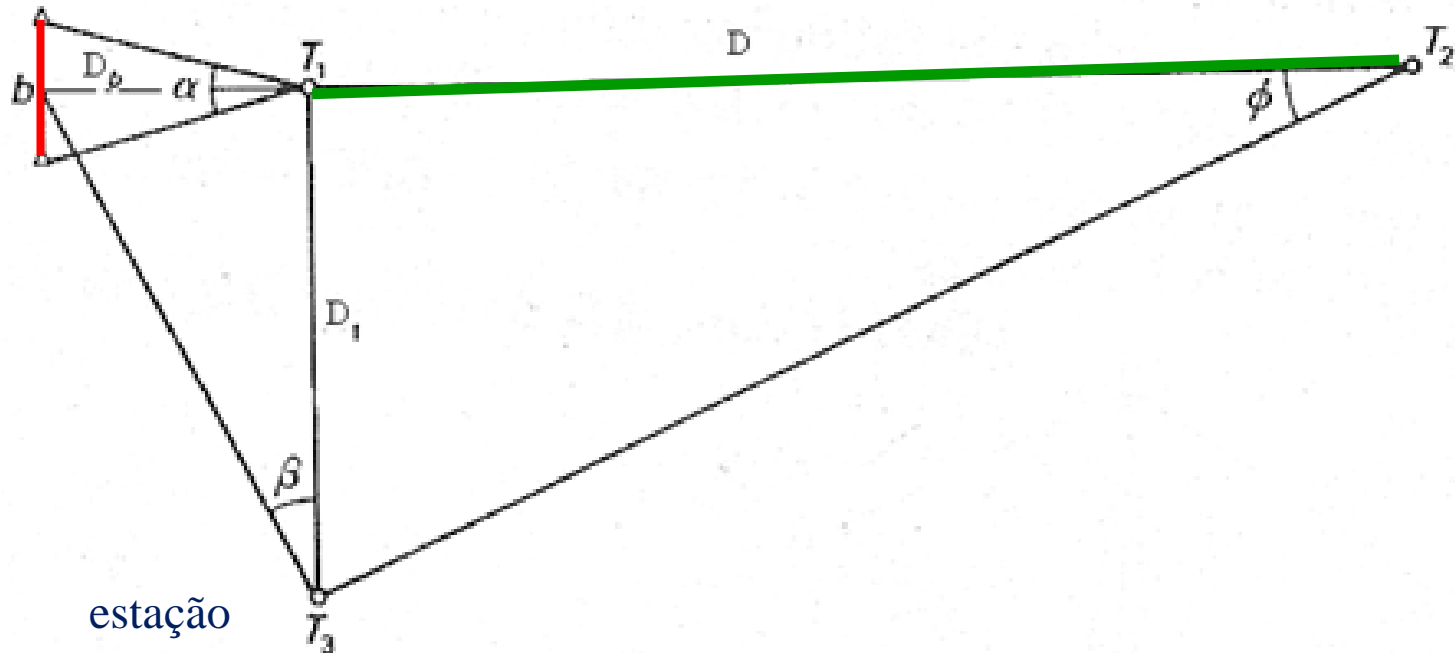
Medição de base auxiliar central, para distâncias D superiores a 400 m: $T_1T_2 = D = D_1 + D_2 = \frac{b}{2} \cot \frac{\alpha}{2} (\cot \beta_1 + \cot \beta_2)$

Medição de distâncias

estadia

estação

estação

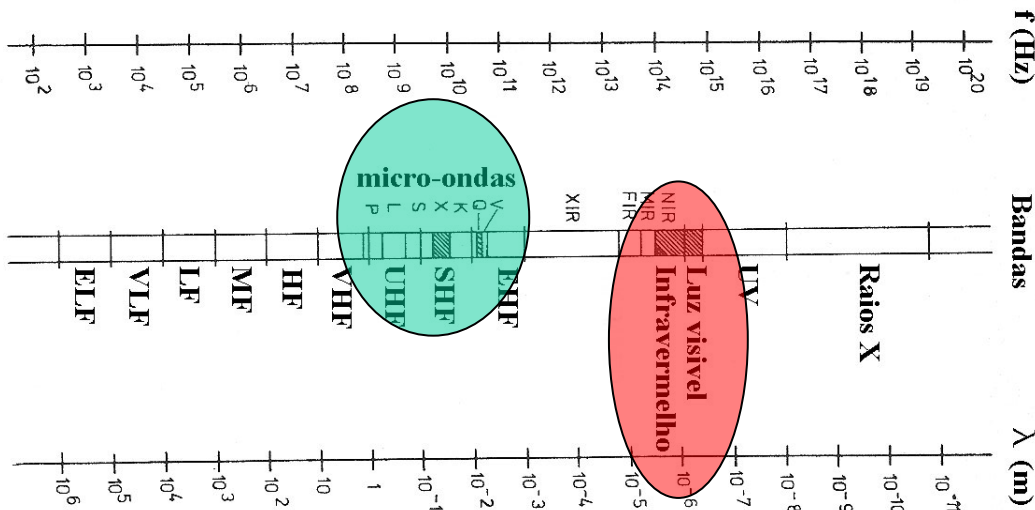


Duas bases auxiliares, para distâncias D até 3400 m: $D = D_1 \cot \phi = \frac{b}{2} \cot \frac{\alpha}{2} \cot \phi \cot \beta$

Medição de distâncias

Medição electrónica de distâncias (EDM)

Com a introdução e o desenvolvimento de técnicas de medição electromagnética de distâncias, na actualidade tão ou mais precisas que as observações angulares, a generalidade dos procedimentos topográficos sofreram alterações radicais.



Bandas do espectro electromagnético
(as regiões assinaladas são as
utilizadas em EDM)

Medição de distâncias

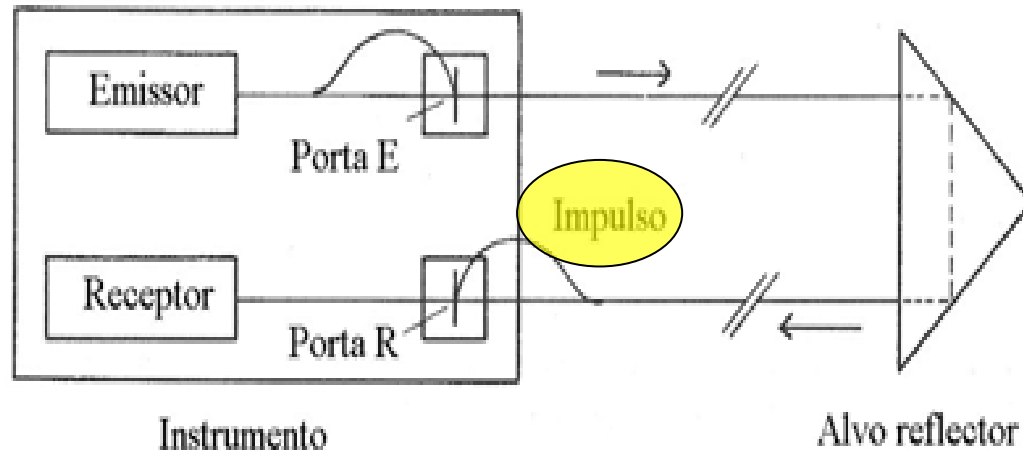
A **frequência f** e o **comprimento de onda λ** de uma onda electromagnética estão relacionados através da equação **$c=f \lambda$** , onde **c é a velocidade de propagação da onda no meio** (o modo e a velocidade de propagação da radiação electromagnética num meio dependem da frequência utilizada e da natureza da atmosfera terrestre).

A **distância d entre duas estações** pode ser calculada se o intervalo de tempo $\Delta t'$ de propagação da radiação entre essas estações for medido: $d=c \Delta t'$, onde se supõe que o valor c da **velocidade de propagação do sinal no meio** (ar, em geral) é conhecido.

Esta velocidade pode ser calculada se o **índice n de refração do meio** e a velocidade c_0 de propagação da luz no vácuo forem conhecidos: $c=c_0/n$, $c_0=299792458\pm 1.2$ m/s. É, no entanto, muito difícil obter com precisão o valor do índice de refração ao longo do percurso da onda electromagnética, e por consequência, a precisão da medição electrónica de distâncias é limitada por este factor.

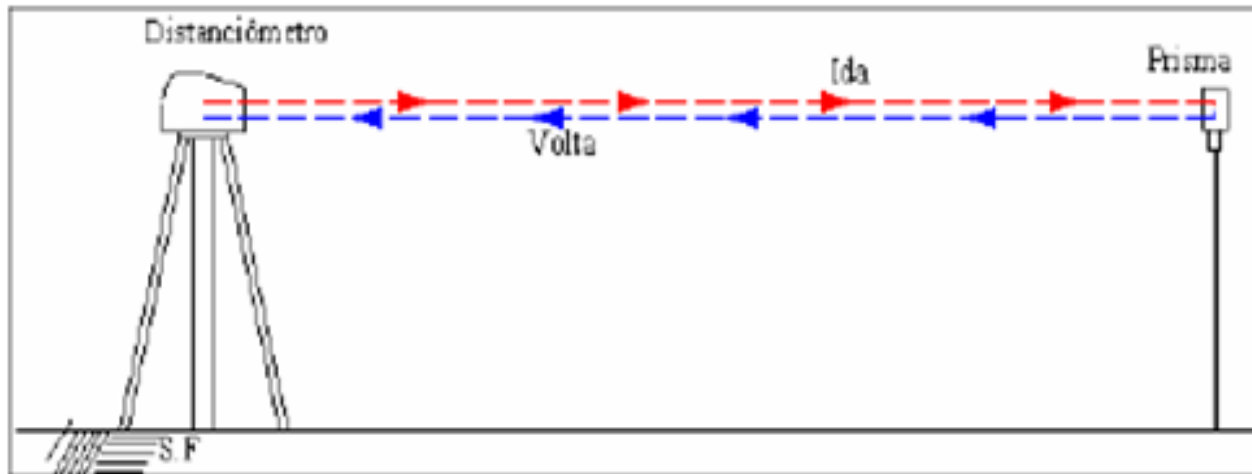
Medição de distâncias

a) **Método do impulso**: o distanciômetro gera e envia um impulso curto e de grande intensidade, que se propaga em direcção ao alvo, sendo aí reflectido em direcção ao instrumento, percorrendo portanto o dobro da distância d a determinar. Medindo o intervalo de tempo $\Delta t'$ de percurso do sinal entre a emissão e a recepção, tem-se $2d = c \Delta t' = c (t_R - t_E)$, onde d é a distância distanciômetro-alvo, t_E é o instante de emissão do impulso medido na porta E, t_R é o instante de recepção do impulso medido na porta R:



Medição de distâncias

Exemplo: considerando $D=1$ km, $c=300000$ km/s, o intervalo de tempo de percurso do impulso é $t=2D/c=6 \times 10^{-6}$ s. Para ser garantida uma precisão de **1 cm** na medição de D o intervalo de tempo de percurso deve ser medido com a precisão de 6×10^{-11} s, o que inviabiliza a utilização desta técnica para aplicações topográficas, por ser necessário utilizar relógios muito caros.



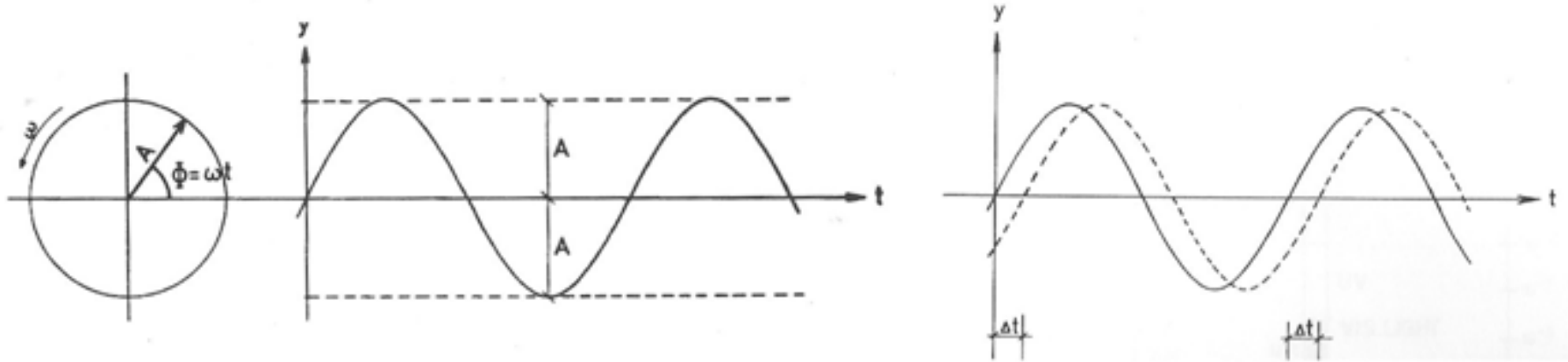
$$D = \frac{1}{2}ct \Rightarrow dD = \frac{c}{2}dt \Rightarrow$$

$$dt = \frac{2 dD}{c} = \frac{2 \times 10^{-2} \text{ m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 6 \times 10^{-11} \text{ s}$$

Medição de distâncias

b) **Método da diferença de fase:** baseia-se na medição da diferença de fase de **ondas contínuas**

A radiação electromagnética pode ser descrita pela expressão $y = A \sin(\omega t) = A \sin \Phi$, onde A é a amplitude ou intensidade máxima, ω é a velocidade angular, f é a frequência do sinal, t é o tempo e Φ é a fase, de tal forma que $\Phi = \omega t$, $\omega = 2\pi f$. Um sinal com diferença de fase $\Delta\Phi$ em relação ao anterior pode exprimir-se como $y = A \sin(\Phi + \Delta\Phi) = A \sin \omega(t + \Delta t)$, onde Δt representa a diferença temporal, em que $\Delta t = \Delta\Phi / \omega$.

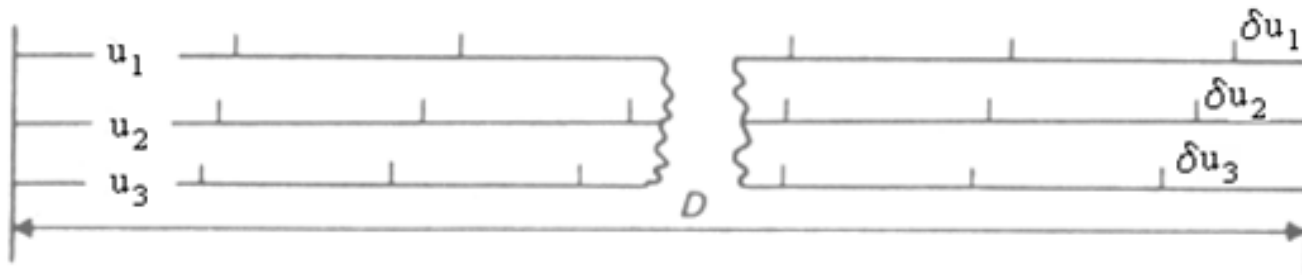


Propagação de ondas sinusoidais

Medição de distâncias

Apesar de parecer que se está a voltar à medição directa de uma distância D , utilizando fitas métricas, o exemplo seguinte é uma introdução à medição de distâncias por métodos electrónicos, baseados na determinação de diferenças de fase entre um sinal emitido e reflectido num alvo.

Exemplo: considere-se a distância D , que foi medida utilizando 3 fitas métricas f_1 , f_2 e f_3 de unidades comprimento u_1 , u_2 e u_3 , respectivamente.



Com a fita f_1 tem-se que $D = n_1 u_1 + \delta u_1$, com a fita f_3 tem-se que $D = n_3 u_3 + \delta u_3$ e com a fita f_2 tem-se que $D = n_2 u_2 + \delta u_2$.

Medição de distâncias

Suponha-se que $\delta u_1 = 2.263$ m e que $\delta u_3 = 4.168$ m, de tal forma que $\delta u_3 - \delta u_1 = 1.905$ m; assim, $n_1 = 4.2 \times 1.905 = 8.001 \approx 8$, sendo a distância dada por $D = n_1 u_1 + \delta u_1 = (8 \times 5.000) + 2.263 = 42.263$ m ou por $D = n_3 u_3 + \delta u_3 = (8 \times 4.761905) + 4.168 = 42.263$ m. O valor da distância pode ainda obter-se de $D = 4.2 (\delta u_3 - \delta u_1) \times 5 + \delta u_1 = 21 \times 1.905 + 2.263 = 42.268$ m ou, de forma idêntica, de $D = 4.2 (\delta u_3 - \delta u_1) \times 4.761905 + \delta u_3 = 20.000001 \times 1.905 + 4.168 = 42.268$ m. Esta diferença no cálculo da distância deve-se à exactidão limitada do valor $(\delta u_3 - \delta u_1)$, que deveria ser obtido a menos de 5×10^{-5} m para se obter 1 mm na exactidão da distância.

De forma idêntica, sendo $\delta u_2 = 4.857$ m, $\delta u_2 - \delta u_1 = 2.594$ m, pelo que $n = 80.2 \times 2.594 = 208.03 \approx 208$, tendo-se então

$$D = 208 \times 5.000 + 2.263 = 1042.263 \text{ m}$$

$$D = 208 \times 4.987531 + 4.857 = 1042.263 \text{ m}$$

$$D = 401 \times 2.594 + 2.263 = 1042.457 \text{ m}$$

$$D = 400 \times 2.594 + 4.857 = 1042.457 \text{ m}$$

Verifica-se desta forma que é possível obter o valor da distância D a partir do conhecimento das unidades de medida u_1, u_2, u_3 e da parte fraccionária de cada uma destas unidades de medida $\delta u_1, \delta u_2, \delta u_3$ sem o conhecimento do número inteiro n_1, n_2, n_3 com que cada uma das unidades foi utilizada.

Medição de distâncias

Como no caso anterior, a diferença $\delta u_2 - \delta u_1$ não é suficientemente exacta, de forma a evitar resultados inconsistentes no cálculo da distância, devendo $\delta u_2 - \delta u_1$ ser dado a menos de 2.5×10^{-6} m para se obter 1 mm de exactidão em D.

Para ultrapassar estas dificuldades e simplificar o cálculo, é recomendado o seguinte sistema: pondo $\delta u_2 - \delta u_1 = L_2 - L_1 = A$ e $\delta u_3 - \delta u_1 = L_3 - L_1 = B$, sejam E o maior múltiplo de 100 m contido da distância D e F o maior múltiplo de 5 m contido em $D - 100 \times E$, de tal forma que $F = 21B$ a menos de 5 m e $E = 400 - 21B$ a menos de 100 m. Então:

$$D' = (E + F) + L_1$$

$$D'' = 400(E + F)/401 + L_2 = (E + F) + L_2 - (E + F)/401$$

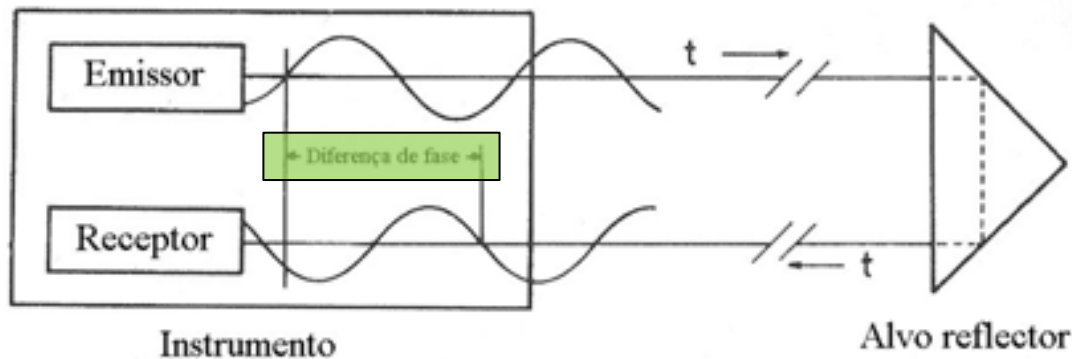
$$D''' = E + 20F/21 + L_3 = (E + F) + L_3 - F/21$$

$$D = (D' + D'' + D''')/3$$

No exemplo anterior, $F = 21 \times 1.905 = 40.005 \approx 40$, $E = 400 \times 2.594 = 1037.6 \approx 1000$, $D' = 1040 + 2.263 = 1042.263$ m, $D'' = 1040 + 4.857 - 2.593 = 1042.264$ m, $D''' = 1040 + 4.168 - 1.905 = 1042.263$ m, $D = 1040 + (0.263 + 0.264 + 0.263)/3 = 1042.263$ m.

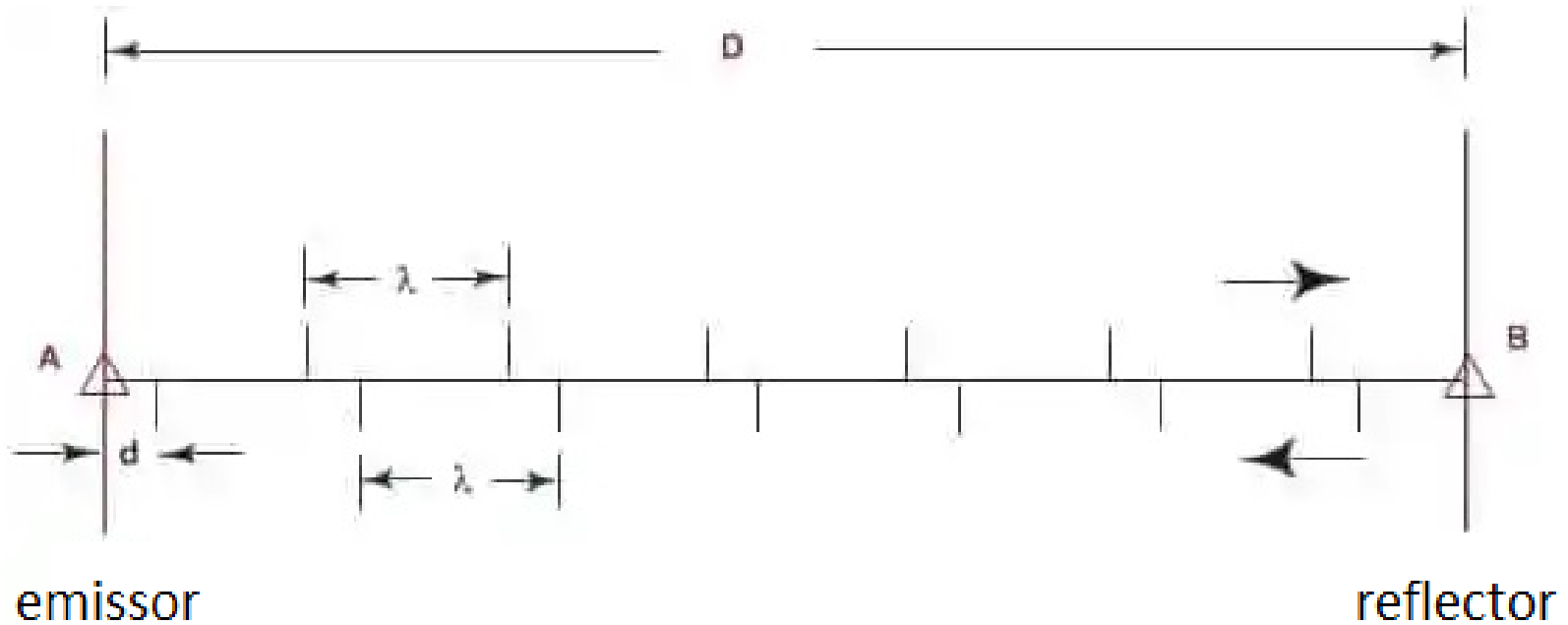
Medição de distâncias

b1) Diferença de fase entre o sinal emitido e recebido: a generalidade dos instrumentos de EDM utiliza este princípio, independentemente da banda de radiação utilizada. O sinal, modulado numa onda portadora, é emitido em direcção ao reflector, sendo aí reflectido em direcção ao distanciómetro; no receptor, as fases dos sinais emitido e reflectido são comparadas, sendo medida a respectiva diferença de fase $\Delta\Phi$. Como se utiliza um sinal contínuo, embora os valores de $y_E = A \sin \omega t = A \sin \Phi$ e de $y_R = A \sin \omega(t + \Delta t) = A \sin(\Phi + \Delta\Phi)$ variem no tempo, a diferença de fase $\Delta\Phi$ (assim como a diferença temporal Δt) permanece constante, isto é, o instrumento pode medir uma diferença de fase constante embora as amplitudes dos sinais variem continuamente.



(tal e qual o exemplo das régua que foi apresentado atrás)

Medição de distâncias



$$D = \frac{c}{2} (mt + \Delta t) = \frac{c}{2} \left(m \frac{\lambda}{2} + \frac{\Delta\Phi \lambda}{2\pi} \right) = m \frac{\lambda}{2} + \frac{\Delta\Phi \lambda}{2\pi}$$

m = número inteiro de comprimentos de onda completos compreendidos no percurso AB (**ambiguidade**, uma grandeza que não se consegue determinar directamente, 13 no caso da figura anterior)

t = intervalo de tempo correspondente a um comprimento de onda completo

Δt = desfasamento em tempo entre os sinais emitido e reflectido

Medição de distâncias

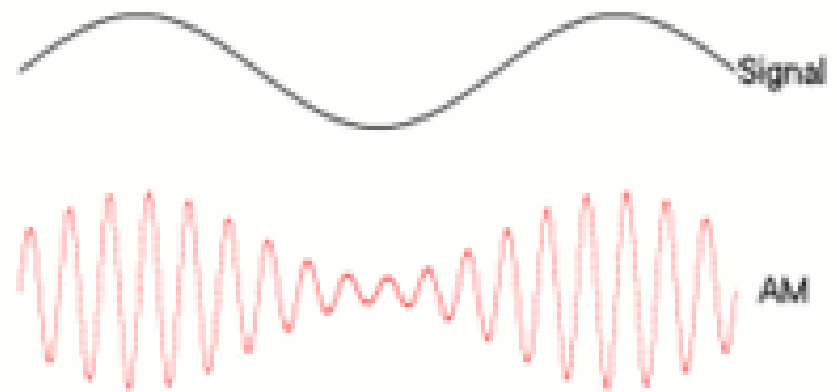
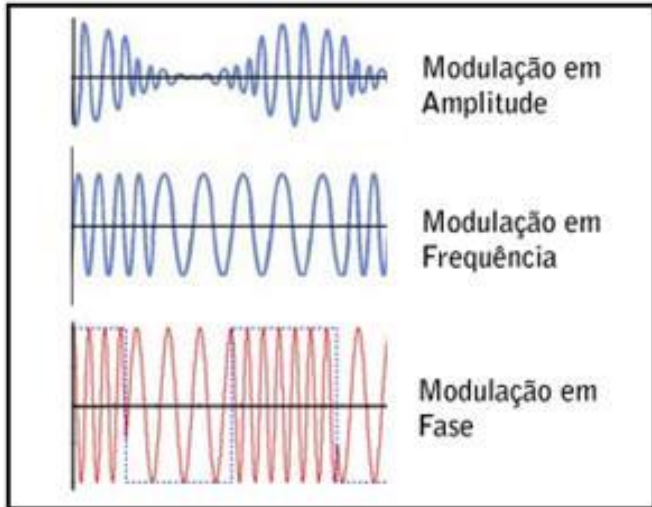
Normalmente o termo $\lambda/2$ é substituído por U, designado **unidade de medida** de um aparelho EDM e, de igual forma, o termo $\Delta\Phi/(2\pi)$ é designado por L, que indica a parte fraccionária de U, ou seja,

$$D = mU + L$$

As distâncias que podem ser medidas sem ambiguidade são **inferiores** ao comprimento de onda do sinal utilizado pois neste caso a distância é igual à própria diferença de fase convenientemente traduzida para unidades de comprimento.

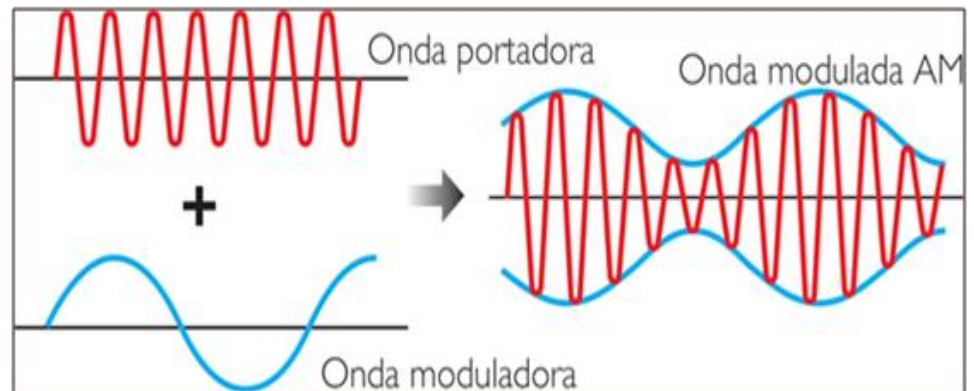
Como os comprimentos de onda normalmente utilizados são pequenos (0.0009 mm no caso do infravermelho), os aparelhos EDM utilizam ondas **moduladas em amplitude** no sinal original, de forma a gerar sinais com comprimentos de onda mais convenientes para a medição da diferença de fase, sendo a frequência do sinal modulado conhecida com precisão..

Medição de distâncias

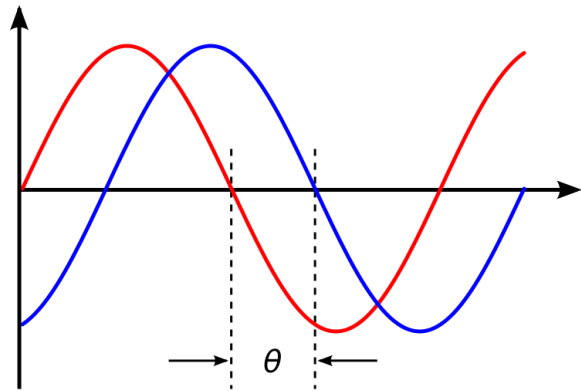


$\lambda=0.0009$ mm no caso do infra-vermelho
(onda portadora)

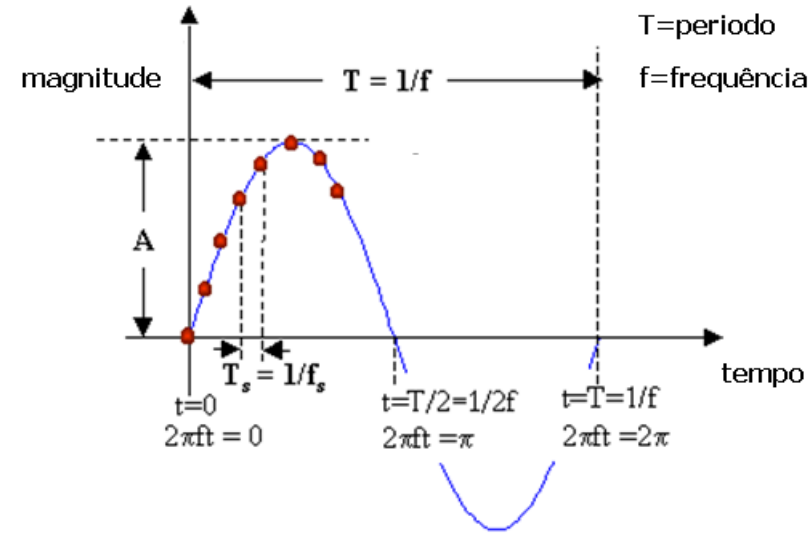
$\lambda=3$ m (onda modulada)



Medição de distâncias

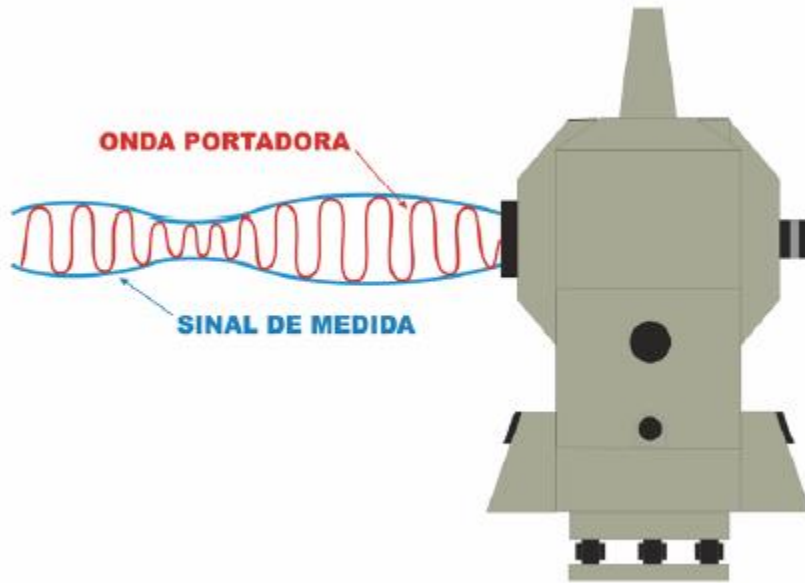


A diferença de fase da onda modulada pode ser medida pelo menos até **0.01** de um ciclo, o que corresponde a uma precisão milimétrica.



Quanto menor for o comprimento de onda da onda modulada, maior é a exactidão da distância, embora o alcance diminua.

Medição de distâncias

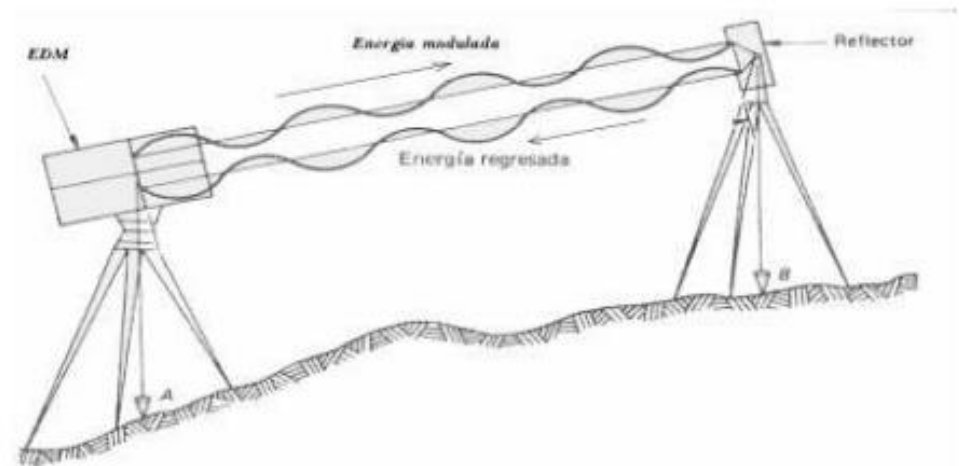


O sinal de maior frequência (representado a encarnado) é designado por onda portadora, que transporta o sinal de medida de maior comprimento de onda (representado a azul), através de uma modulação em amplitude

D: distancia
V: Velocidad
t: Tiempo

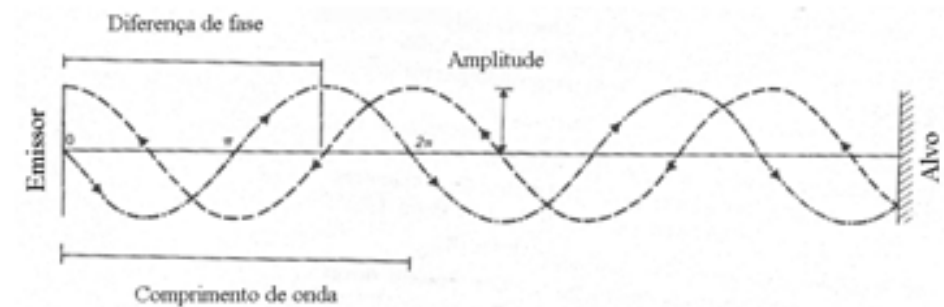
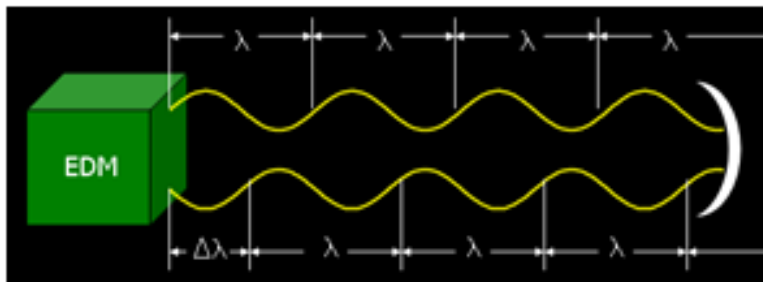
Leica TC 307: {
 $\lambda=0.780 \mu\text{m}$
unidade de medida=U=1.5 m

Sokkia SET 500: {
 $\lambda=0.825 \mu\text{m}$
unidade de medida=U=5.0 m



Medição de distâncias

Como já se viu, a distância obtém-se de $d = c \Delta t'$, embora o intervalo de tempo de percurso $\Delta t'$ não possa ser obtido por comparação de fase, que fornece apenas Δt ; para se obter $\Delta t'$ é necessário conhecer o equivalente temporal ao número inteiro m de ciclos contidos no percurso de um dado sinal, isto é, $\Delta t' = mT + \Delta t$, onde T é o período do sinal modulado.



Se a distância d for inferior a λ , a solução é única (não existe ambiguidade de fase); caso contrário, é necessário contar o número inteiro de ciclos m

Medição de distâncias

Na expressão anterior não são conhecidos $\Delta t'$ e a ambiguidade m ; a diferença temporal Δt pode exprimir-se em função de

$\Delta\Phi$ como $\Delta t = \frac{\Delta\Phi\lambda}{2\pi c}$, onde λ é o comprimento de onda do sinal modulado; o período T correspondente a um ciclo do sinal de

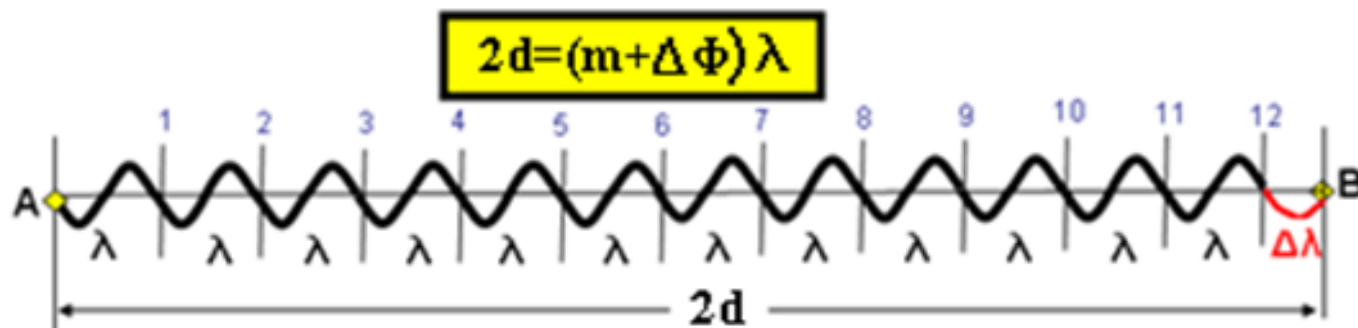
comprimento de onda λ é dado por $T = \frac{\lambda}{c}$, donde $d = \frac{c}{2}(mT + \Delta t) = \frac{c}{2}\left(m\frac{\lambda}{c} + \frac{\Delta\Phi\lambda}{2\pi c}\right) = m\frac{\lambda}{2} + \frac{\Delta\Phi\lambda}{2\pi}$, onde todas as quantidades,

com excepção da ambiguidade m , são conhecidas.

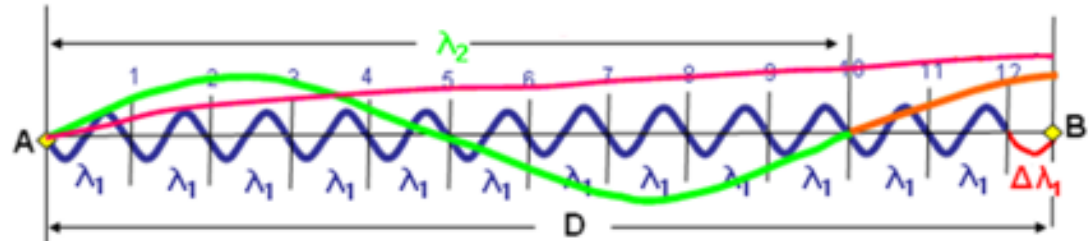
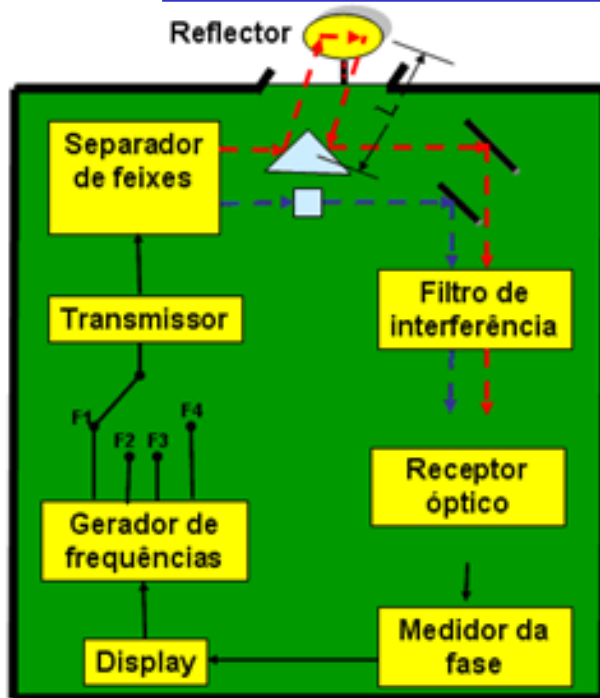
Usualmente, o termo $\frac{\lambda}{2}$ é substituído por U , designado por unidade de comprimento do aparelho EDM; pondo

$L = \frac{\lambda}{2} \frac{\Delta\Phi}{2\pi} = U \frac{\Delta\Phi}{2\pi}$, tem-se $d = mU + L$. A ambiguidade m é resolvida por introdução de mais unidades de comprimento no

aparelho EDM, sendo a unidade mais importante a de menor comprimento de onda (a de maior frequência), utilizada para a medição fina da distância (a precisão do distanciômetro depende da selecção deste comprimento fundamental, devido à resolução limitada (entre 1% e 0.1 % do comprimento de onda) das medições da diferença de fase.



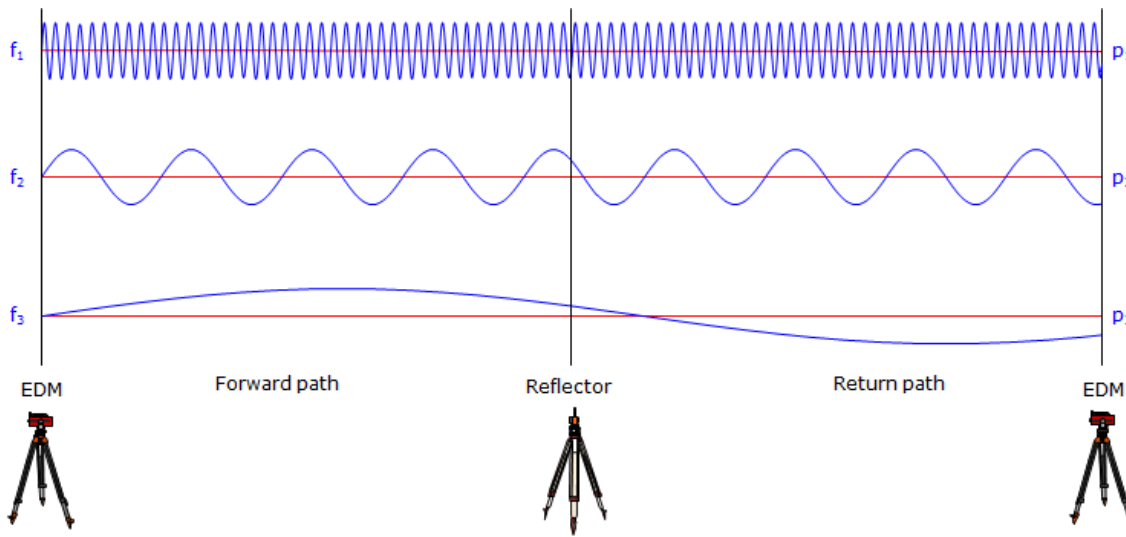
Medição de distâncias



A fase total Φ (número inteiro de ciclos m mais a parte fracionária $\Delta\Phi$, convenientemente convertida para unidades lineares) relaciona-se com a distância d através da expressão $2d = \Phi\lambda = (m + \Delta\Phi)\lambda$, em que λ é o comprimento de onda utilizado.

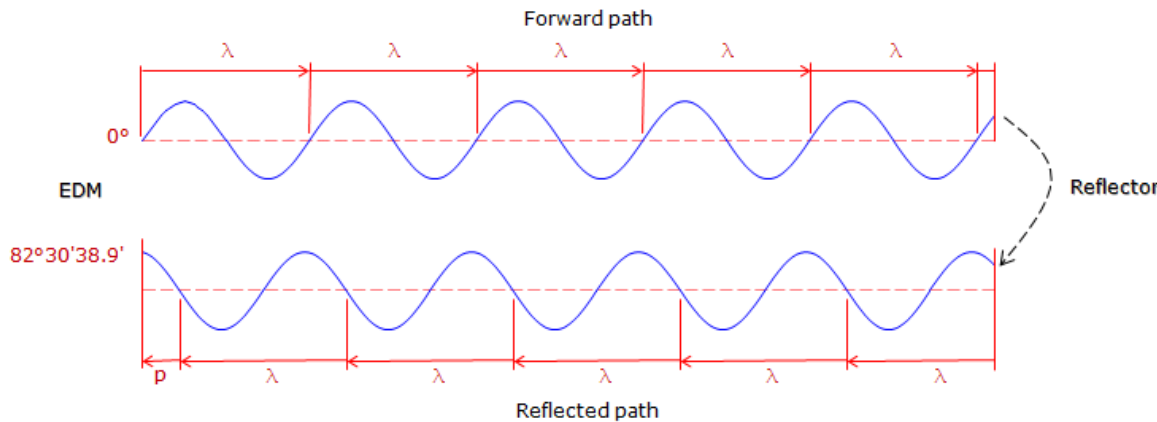
Nesta expressão, $\Delta\Phi$ é medido no distanciômetro (quanto maior for o comprimento de onda, menor será a precisão na determinação de D), λ é conhecido e m é geralmente desconhecido (ambiguidade da fase), pelo que o valor de d não pode ser determinado com uma única onda, a não ser que esta tenha comprimento (de onda) maior do que $2d$. Para resolver este problema é então necessário utilizar ondas com vários comprimentos de onda produzidas através de um processo de modulação, relacionadas de uma forma simples com a onda fundamental (a de menor comprimento de onda, utilizada na medição fina das distâncias), de forma a reconstituir a ambiguidade da fase da onda fundamental e assim determinar o valor da distância.

Medição de distâncias



O comprimento de onda base é conhecido pois é gerado pelo EDM numa dada frequência. O sinal é enviado com fase 0° , percorre um dado número inteiro de ciclos de fase completos (à partida desconhecido) e torna a alcançar o EDM com um ângulo de fase entre 0° e 360° , a que corresponde uma fracção de um comprimento de onda, que é determinado com grande rigor.

Para se obter o número inteiro de comprimentos de onda (ambiguidade), é gerado um sinal com frequência de $1/10$ do sinal original (o que aumenta o comprimento de onda $10 \times$) e o processo é repetido, sendo registada a diferença de fase.



Enquanto o valor da distância não for resolvido (o que acontece quando a distância for inferior a $\lambda/2$, pois nesse caso não há ambiguidade, sendo a distância igual apenas à diferença de fase medida), continua a aumentar-se o comprimento de onda do sinal emitido.

Medição de distâncias



Geodímetro AGA modelo 6 (1966)



Telurómetro MRA-2 (1956), distanciómetro de ondas radio-eléctricas

Medição de distâncias



Medição de distâncias

Exemplo: Hewlett-Packard HP388 B: este aparelho utiliza um total de 4 unidades de comprimento, variando de 10 m até 10 km. Os algarismos sublinhados são os que são sucessivamente determinados em cada passo. O passo 1 designa-se medição fina da distância e os restantes medições grosseiras da distância. O alcance é igual a 10 km.

| Passo | Leitura | Unidade de comprimento | Fracção |
|-------|-------------------------------------|-------------------------|--|
| 1 | $\frac{\Delta\Phi_1}{2\pi} = 0.825$ | $U_1 = 10 \text{ m}$ | $L_1 = \frac{\Delta\Phi_1}{2\pi} U_1 = \underline{8.25} \text{ m}$ |
| 2 | $\frac{\Delta\Phi_2}{2\pi} = 0.382$ | $U_2 = 100 \text{ m}$ | $L_2 = \frac{\Delta\Phi_2}{2\pi} U_2 = \underline{38.2} \text{ m}$ |
| 3 | $\frac{\Delta\Phi_3}{2\pi} = 0.433$ | $U_3 = 1000 \text{ m}$ | $L_3 = \frac{\Delta\Phi_3}{2\pi} U_3 = \underline{433} \text{ m}$ |
| 4 | $\frac{\Delta\Phi_4}{2\pi} = 0.244$ | $U_4 = 10000 \text{ m}$ | $L_4 = \frac{\Delta\Phi_4}{2\pi} U_4 = \underline{2440} \text{ m}$ |

$$d = 2438.25 \text{ m}$$

Medição de distâncias

Exemplo: Kern DM 500/DM 501/DM 502: esta série de aparelhos utiliza apenas 2 unidades de comprimento, 10 m e 1000 m. O alcance é igual a 1 km. Os aparelhos mais recentes da série (DM 503/DM 504) utilizam uma terceira frequência de modulação para resolver múltiplos de 1000 m.

| Passo | Leitura | Unidade de comprimento | Fracção |
|-------|--------------------------------------|------------------------|---|
| 1 | $\frac{\Delta\Phi_1}{2\pi} = 0.8253$ | $U_1 = 10 \text{ m}$ | $L_1 = \frac{\Delta\Phi_1}{2\pi} U_1 = \underline{8.253} \text{ m}$ |
| 2 | $\frac{\Delta\Phi_2}{2\pi} = 0.4384$ | $U_2 = 1000 \text{ m}$ | $L_2 = \frac{\Delta\Phi_2}{2\pi} U_2 = \underline{438.400} \text{ m}$ |

$$d = 438.253 \text{ m}$$

Medição de distâncias

Exemplo: Nikon DTM-1/NTD-3: esta série de aparelhos não utiliza unidades de comprimento relacionadas por factores de 10, mas unidades próximas umas das outras:

$$f_1 = 14.973 \text{ MHz} \Rightarrow U_1 = \frac{c_0}{2n_{ref}} = 10.00000 \text{ m},$$

$$f_2 = 14.935 \text{ MHz} \Rightarrow U_2 = \frac{400}{399} U_1 = 10.02508 \text{ m},$$

$$f_3 = 14.224 \text{ MHz} \Rightarrow U_3 = \frac{20}{19} U_1 = 10.52678 \text{ m}.$$

Subtraindo da frequência mais baixa as restantes, obtém-se: $f_1 - f_2 = 0.038 \text{ MHz} \Rightarrow U_4 = 4000 \text{ m}$,
 $f_1 - f_3 = 0.749 \text{ MHz} \Rightarrow U_5 = 200 \text{ m}$. A distância calculada a partir de uma medição fina e duas medições grosseiras pode ser dada como:

$$d = 4000 \text{ m}(\ell_1 - \ell_2) + \text{múltiplos de } 4000 \text{ m}$$

$$d = 200 \text{ m}(\ell_1 - \ell_3) + \text{múltiplos de } 200 \text{ m}$$

$$d = 10.00000 \text{ m}(\ell_1) + \text{múltiplos de } 10 \text{ m}$$

onde $\ell_i = \frac{L_i}{U_i} = \frac{\Delta\Phi_i}{2\pi} \in [0,1] = \text{fases normalizadas (somar 1.0 se } \ell_1 - \ell_i \text{ negativo)}$.

| Passo | Leitura | Leitura composta | Unidade de comprimento | Fracção |
|-------|---------------------------------------|--|------------------------|--|
| 1 | $\frac{\Delta\Phi_1}{2\pi} = 0.3658$ | $\ell_1 = 0.3658$ | $U_1 = 10 \text{ m}$ | $L_1 = \frac{\Delta\Phi_1}{2\pi} U_1 = \underline{3.658 \text{ m}}$ |
| 2 | $\frac{\Delta\Phi_2}{2\pi} = 0.90964$ | $\ell_1 - \ell_3 = 0.3658 - 0.2399 = 0.1259$ | $U_2 = 200 \text{ m}$ | $L_2 = \frac{\Delta\Phi_2}{2\pi} U_2 = \underline{25.180 \text{ m}}$ |
| 3 | $\frac{\Delta\Phi_3}{2\pi} = 0.23994$ | $\ell_1 - \ell_2 = 0.3658 - 0.9096 + 1.0 = 0.4562$ | $U_3 = 4000 \text{ m}$ | $L_3 = \frac{\Delta\Phi_3}{2\pi} U_3 = \underline{1824.800 \text{ m}}$ |

$$d = 1823.658 \text{ m}$$

Medição de distâncias

Nalguns distanciômetros, a frequência de modulação pode ser alterada através de pequenos incrementos, o que permite que a distância seja medida ajustando a frequência de forma a anular a diferença de fase entre o sinal emitido e o sinal recebido: suponha-se que se seleciona a frequência de forma a que a diferença de fase entre os sinais emitido e recebido seja nula, tendo-se $d/\lambda_1=m$, com m inteiro desconhecido e d a distância a determinar; se a frequência for ligeiramente alterada, a diferença de fase deixará de ser igual a zero até voltar a anular-se, tendo-se para esta frequência $d/\lambda_2=m+1$; se se tiver a certeza que λ_1 e λ_2 correspondem exactamente à diferença de um ciclo, então $d= \lambda_1 \lambda_2 / (\lambda_1 - \lambda_2)$.

Medição de distâncias

Exemplo: Kern Mekometer ME 5000: este aparelho, em vez de utilizar frequências de modulação fixas e de medir diferenças de fase, utiliza quatro frequências de modulação que são ajustadas, num dado intervalo, até os sinais emitidos e recebidos estarem em fase, determinando então o aparelho cada uma dessas frequências (o passo de variação das frequências é de 10 MHz/61824=161.749482 Hz, sendo as frequências medidas múltiplas deste valor). Tem-se então, para cada uma das frequências: $d_0 = m_0 U_0$, $d_1 = m_1 U_1$, $d_2 = m_2 U_2$, $d_3 = m_3 U_3$, onde $U_i = \frac{\lambda_i}{2} = \frac{c}{2f_i}$ e m_i são múltiplos das unidades de comprimento U_i (ambiguidades). Iniciando o procedimento com a frequência mais baixa, detecta-se a diferença de fase mínima (sinais em fase) e regista-se a frequência f_0 correspondente; repetindo o processo com a frequência seguinte, regista-se a frequência f_1 correspondente ao mínimo de fase seguinte, de tal forma que $m_1 = m_0 + 1$ e portanto $m_0 = \frac{2df_0}{c}$, $m_1 = \frac{2df_1}{c}$, donde $\frac{2df_1}{c} = 1 + \frac{2df_0}{c}$ ou, finalmente, $d = \frac{c}{2(f_1 - f_0)}$; utilizando este resultado, $m_0 = \frac{f_0}{(f_1 - f_0)}$.

Devido ao rigor limitado de $(f_1 - f_0)$, a expressão anterior não pode ser utilizada directamente; de $m_2 = \frac{d_2}{U_2} = \frac{2df_2}{c} = m_0 + k_2$, tem-se $k_2 = \frac{2d(f_2 - f_0)}{c} = \frac{(f_2 - f_0)}{(f_1 - f_0)}$, arredondado ao inteiro mais próximo; da qui tem-se que $d = \frac{k_2 c}{2(f_2 - f_0)}$ e $m_0 = \frac{k_2 f_0}{(f_2 - f_0)}$, arredondado ao inteiro mais próximo. De forma semelhante, m_3 pode ser calculado a partir de $m_0 + k_3$ com $k_3 = \frac{(f_3 - f_0)}{(f_1 - f_0)}$, arredondado ao inteiro mais próximo. As distâncias podem ser calculadas a partir das três equações seguintes:

Medição de distâncias

$$d_0 = \frac{c}{2f_0} \text{INT} \left(\frac{k_2 f_0}{f_2 - f_0} \right)$$

$$d_2 = \frac{c}{2f_2} \text{INT} \left(\frac{k_2 f_0}{f_2 - f_0} + k_2 \right)$$

$$d_3 = \frac{c}{2f_3} \text{INT} \left(\frac{k_2 f_0}{f_2 - f_0} + k_3 \right)$$

com $c = c_0 / n$, $c_0 = 299792458 \text{ m/s}$, $n = 1.000284514844$. Sendo $f_0 = 474005888 \text{ Hz}$, $f_1 = 474049075 \text{ Hz}$, $f_2 = 485014234 \text{ Hz}$, $f_3 = 479488548 \text{ Hz}$, tem-se:

$$k_2 = \frac{f_2 - f_0}{f_1 - f_0} = \frac{11.008346}{0.043187} = 254.9 \rightarrow \underline{255}$$

$$m_0 = \frac{k_2 f_0}{f_2 - f_0} = \frac{474.005888}{11.008346} 255 = 10979.9 \rightarrow \underline{10980}$$

$$k_3 = \frac{f_3 - f_0}{f_1 - f_0} = \frac{5.482660}{0.043187} = 126.95 \rightarrow \underline{127}$$

$$d_0 = m_0 \frac{c}{2f_0} = 10980 \frac{298707187.1}{2 \times 474005888} = \underline{3471.2490 \text{ m}}$$

$$d_2 = (m_0 + k_2) \frac{c}{2f_2} = 11235 \frac{299707187.1}{2 \times 485014234} = \underline{3471.2489 \text{ m}}$$

$$d_3 = (m_0 + k_3) \frac{c}{2f_3} = 111075 \frac{299707187.1}{2 \times 479488548} = \underline{3471.2484 \text{ m}}$$

apresentando o aparelho o valor médio das distâncias obtidas.

Medição de distâncias

Exemplo: utilizando os dados indicados na tabela, calcule a distância entre o distanciômetro e o alvo.

| | λ | $\Delta\Phi/2\pi$ |
|---|-----------|-------------------|
| 1 | 20 km | 0.59 |
| 2 | 1 km | 0.79 |
| 3 | 200 m | 0.93 |
| 4 | 10 m | 0.54 |
| 5 | 0.5 m | 0.70 |

i) O alcance é dado por $\frac{\lambda_1}{2} = 10 \text{ km}$

ii) $2d = \Phi_1 \lambda_1 = (m_1 + \frac{\Delta\Phi_1}{2\pi}) \lambda_1 = \frac{\Delta\Phi_1}{2\pi} \lambda_1 = 0.59 \times 20000 = 11800 \text{ m} \pm 200 \text{ m}$, pois $m_1 = 0$

ii) $2d = \Phi_2 \lambda_2 = \Phi_1 \lambda_1 \Leftrightarrow (m_2 + \frac{\Delta\Phi_2}{2\pi}) \lambda_2 = (m_1 + \frac{\Delta\Phi_1}{2\pi}) \lambda_1 \Leftrightarrow m_2 + \frac{\Delta\Phi_2}{2\pi} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{\Delta\Phi_1}{2\pi} \Leftrightarrow m_2 = 20 \times 0.59 - 0.79 = 11$

$$\Phi_2 = m_2 + \frac{\Delta\Phi_2}{2\pi} = 11.79$$

$$2d = \Phi_2 \lambda_2 = 11.79 \times 1000 = 11790 \text{ m} \pm 10 \text{ m}$$

iii) $2d = \Phi_3 \lambda_3 = \Phi_2 \lambda_2 \Leftrightarrow (m_3 + \frac{\Delta\Phi_3}{2\pi}) \lambda_3 = (m_2 + \frac{\Delta\Phi_2}{2\pi}) \lambda_2 \Leftrightarrow m_3 + \frac{\Delta\Phi_3}{2\pi} = \frac{\lambda_2}{\lambda_3} (m_2 + \frac{\Delta\Phi_2}{2\pi}) \Leftrightarrow m_3 = 5 \times 11.79 - 0.93 = 58$

$$\Phi_3 = m_3 + \frac{\Delta\Phi_3}{2\pi} = 58.93$$

$$2d = \Phi_3 \lambda_3 = 58.93 \times 200 = 11786 \text{ m} \pm 2 \text{ m}$$

Medição de distâncias

$$\text{iv) } 2d = \Phi_4 \lambda_4 = \Phi_3 \lambda_3 \Leftrightarrow \left(m_4 + \frac{\Delta\Phi_4}{2\pi}\right) \lambda_4 = \left(m_3 + \frac{\Delta\Phi_3}{2\pi}\right) \lambda_3 \Leftrightarrow m_4 + \frac{\Delta\Phi_4}{2\pi} = \frac{\lambda_3}{\lambda_4} \left(m_3 + \frac{\Delta\Phi_3}{2\pi}\right) \Leftrightarrow m_4 = 20 \times 58.93 - 0.54 = 1178$$

$$\Phi_4 = N_4 + \frac{\Delta\Phi_4}{2\pi} = 1178.54$$

$$2d = \Phi_4 \lambda_4 = 1178.54 \times 10 = 11785.4 \text{ m} \pm 0.1 \text{ m}$$

$$\text{v) } 2d = \Phi_5 \lambda_5 = \Phi_4 \lambda_4 \Leftrightarrow \left(m_5 + \frac{\Delta\Phi_5}{2\pi}\right) \lambda_5 = \left(m_4 + \frac{\Delta\Phi_4}{2\pi}\right) \lambda_4 \Leftrightarrow m_5 + \frac{\Delta\Phi_5}{2\pi} = \frac{\lambda_4}{\lambda_5} \left(m_4 + \frac{\Delta\Phi_4}{2\pi}\right) \Leftrightarrow m_5 = 20 \times 11785.4 - 0.70 = 23570$$

$$\Phi_5 = m_5 + \frac{\Delta\Phi_5}{2\pi} = 23570.70$$

$$2d = \Phi_5 \lambda_5 = 23570.70 \times 0.5 = 11785.350 \text{ m} \pm 0.005 \text{ m}$$

| | λ | $\Delta\Phi/2\pi$ | m | Φ | 2d |
|---|-----------|-------------------|-------|----------|-------------------|
| 1 | 20 km | 0.59 | 0 | 0.59 | 11800±200 m |
| 2 | 1 km | 0.79 | 11 | 11.79 | 11790±10 m |
| 3 | 200 m | 0.93 | 58 | 58.93 | 11786±2 m |
| 4 | 10 m | 0.54 | 1178 | 1178.54 | 11785.4±0.1 m |
| 5 | 0.5 m | 0.70 | 23570 | 23570.70 | 11785.350±0.005 m |

$$d = 5892.675 \text{ m}$$

Medição de distâncias

Exemplo: supondo que são utilizados os comprimentos de onda $\lambda_1=10$ m, $\lambda_2=100$ m, $\lambda_3=1000$ m, qual é o valor da distância d ?

| λ (m) | $\Delta\Phi$ |
|---------------|--------------|
| 10 | 101° |
| 100 | 190° |
| 1000 | 91° |

Supondo que o distanciômetro mede as diferenças de fase com resolução de 3 casas decimais, tem-se:

i) O alcance do distanciômetro é dado por $\frac{\lambda_1}{2} = \frac{1000}{2} = 500$ m

ii) $2d = \Phi_1\lambda_1 = (m_1 + \frac{\Delta\Phi_1}{2\pi})\lambda_1 = \frac{\Delta\Phi_1}{2\pi}\lambda_1 = \frac{101}{360} \times 1000 = 0.281 \times 1000 = 281 \pm 10$ m, pois $N_1 = 0$

iii) $2d = \Phi_2\lambda_2 = \Phi_1\lambda_1 \Leftrightarrow (m_2 + \frac{\Delta\Phi_2}{2\pi}) = (m_1 + \frac{\Delta\Phi_1}{2\pi}) \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Leftrightarrow m_2 = 0.281 \frac{1000}{100} - \frac{190}{360} = 2.81 - 0.528 = 2$

$$\Phi_2 = m_2 + \frac{\Delta\Phi_2}{2\pi} = 2.528, \quad 2d = \Phi_2\lambda_2 = 2.528 \times 100 = 252.8 \pm 1 \text{ m}$$

iii) $2d = \Phi_3\lambda_3 = \Phi_2\lambda_2 \Leftrightarrow (m_3 + \frac{\Delta\Phi_3}{2\pi}) = (m_2 + \frac{\Delta\Phi_2}{2\pi}) \frac{\lambda_2}{\lambda_3} \Leftrightarrow m_3 = 2.528 \frac{100}{10} - \frac{91}{360} = 25.28 - 0.253 = 25$

$$\Phi_3 = m_3 + \frac{\Delta\Phi_3}{2\pi} = 25.253, \quad 2d = \Phi_3\lambda_3 = 25.253 \times 10 = 252.53 \pm 0.1 \text{ m}$$

| | λ (m) | $\Delta\Phi$ | $\Delta\Phi/2\pi$ | m | Φ | 2d |
|---|---------------|--------------|-------------------|----|--------|--------------|
| 3 | 10 | 101° | 0.281 | 0 | 0.281 | 281±10 m |
| 2 | 100 | 190° | 0.528 | 2 | 2.528 | 252.8±1 m |
| 1 | 1000 | 91° | 0.253 | 25 | 25.253 | 252.53±0.1 m |

$$d=126.265 \text{ m}$$

Medição de distâncias

Exemplo: calcule a distância d a partir dos dados da tabela seguinte, obtidos com um teodolito para aplicações geodésicas:

| | | |
|--------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| $f_1 = 10 \text{ MHz}$ | $\lambda_1 = 29.979 \text{ m}$ | $\Delta \Phi_1 / 2\pi = 0.384$ |
| $f_2 = 9 \text{ MHz}$ | $\lambda_2 = 33.310 \text{ m}$ | $\Delta \Phi_2 / 2\pi = 0.845$ |
| $f_3 = 9.9 \text{ MHz}$ | $\lambda_3 = 30.282 \text{ m}$ | $\Delta \Phi_3 / 2\pi = 0.630$ |
| $f_4 = 9.99 \text{ MHz}$ | $\lambda_4 = 30.009 \text{ m}$ | $\Delta \Phi_4 / 2\pi = 0.209$ |

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \left(m_1 - \frac{\Delta \Phi_1}{2\pi}\right) - \left(m_2 - \frac{\Delta \Phi_2}{2\pi}\right) = (m_1 - m_2) + \left(\frac{\Delta \Phi_1}{2\pi} - \frac{\Delta \Phi_2}{2\pi}\right) = (m_1 - m_2) + (0.384 - 0.845) = ((m_1 - 1 - m_2) + 0.539)$$

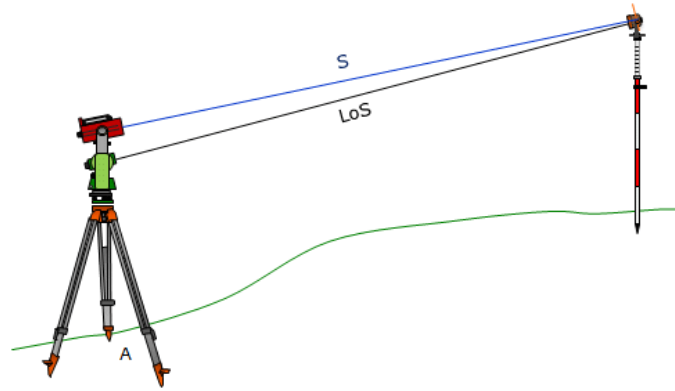
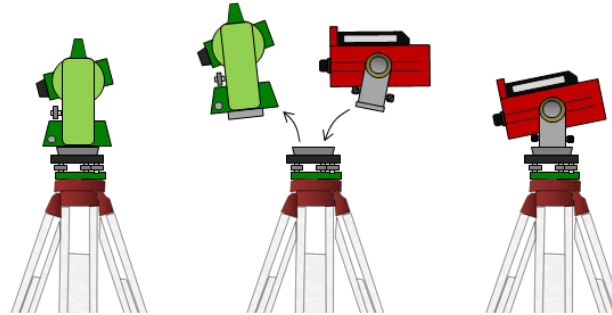
$$\Phi_1 - \Phi_3 = \left(m_1 - \frac{\Delta \Phi_1}{2\pi}\right) - \left(m_3 - \frac{\Delta \Phi_3}{2\pi}\right) = (m_1 - m_3) + \left(\frac{\Delta \Phi_1}{2\pi} - \frac{\Delta \Phi_3}{2\pi}\right) = (m_1 - m_3) + (0.384 - 0.630) = ((m_1 - 1 - m_3) + 0.754)$$

$$\Phi_1 - \Phi_4 = \left(m_1 - \frac{\Delta \Phi_1}{2\pi}\right) - \left(m_4 - \frac{\Delta \Phi_4}{2\pi}\right) = (m_1 - m_4) + \left(\frac{\Delta \Phi_1}{2\pi} - \frac{\Delta \Phi_4}{2\pi}\right) = (m_1 - m_4) + (0.384 - 0.209) = ((m_1 - m_4) + 0.175)$$

Reconstitui-se desta forma a ambiguidade $m_1 = 175$; o algarismo dos milhares corresponde a 15 km, pelo que não há dificuldade em determiná-lo. Supondo $m_1 = 2175$, $\Phi_1 = 2175.384$, $d_1 = 32630.760 \text{ m}$.

Medição de distâncias

As primeiras tentativas para integrar os EDM com os teodolitos tinham alguns problemas, sendo necessário alternar o distanciômetro e o teodolito para a medição de distâncias e ângulos.



Mais tarde, os EDM foram montados sobre os teodolitos, permitindo a medição simultânea de ângulos e distâncias, sendo necessário introduzir uma correção pelo facto de os eixos dos dois aparelhos não serem paralelos.



Medição de distâncias

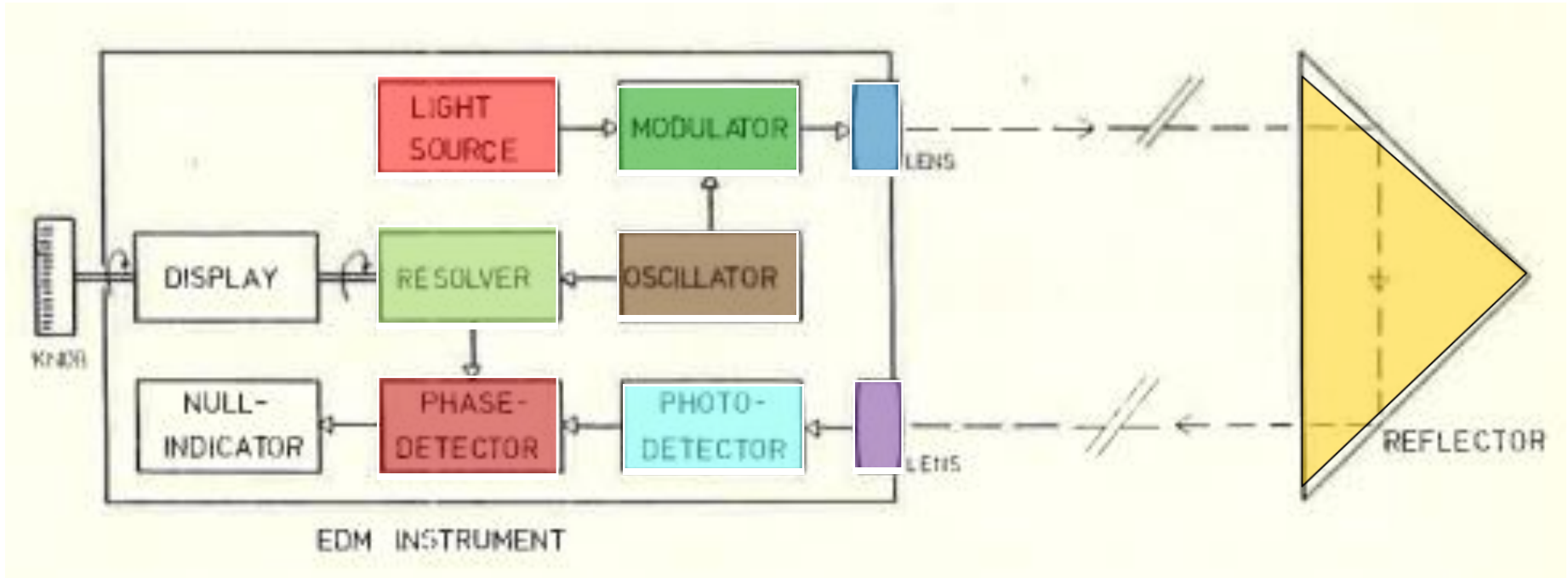
Princípios básicos de funcionamento de um EDM



Luz visível, IR: instrumentos electro-ópticos (distâncias curtas e médias)

Ondas rádio: instrumentos de micro-ondas (distâncias longas)

Medição de distâncias



Componentes principais de um distanciômetro **electro-óptico** utilizando medição analógica da fase

- 1. Fonte de radiação:** **díodo** de arsenito de gálio/alumínio (GaAlAs), que produz a onda portadora com comprimento de onda $0,800 \mu\text{m} < \lambda_{\text{carr}} < 0,950 \mu\text{m}$
- 2. Modulador:** produz uma variação na amplitude da onda portadora com uma frequência de modulação gerada no oscilador; o comprimento de onda de modulação λ_{mod} é sempre muito maior do que o comprimento de onda λ_{carr}

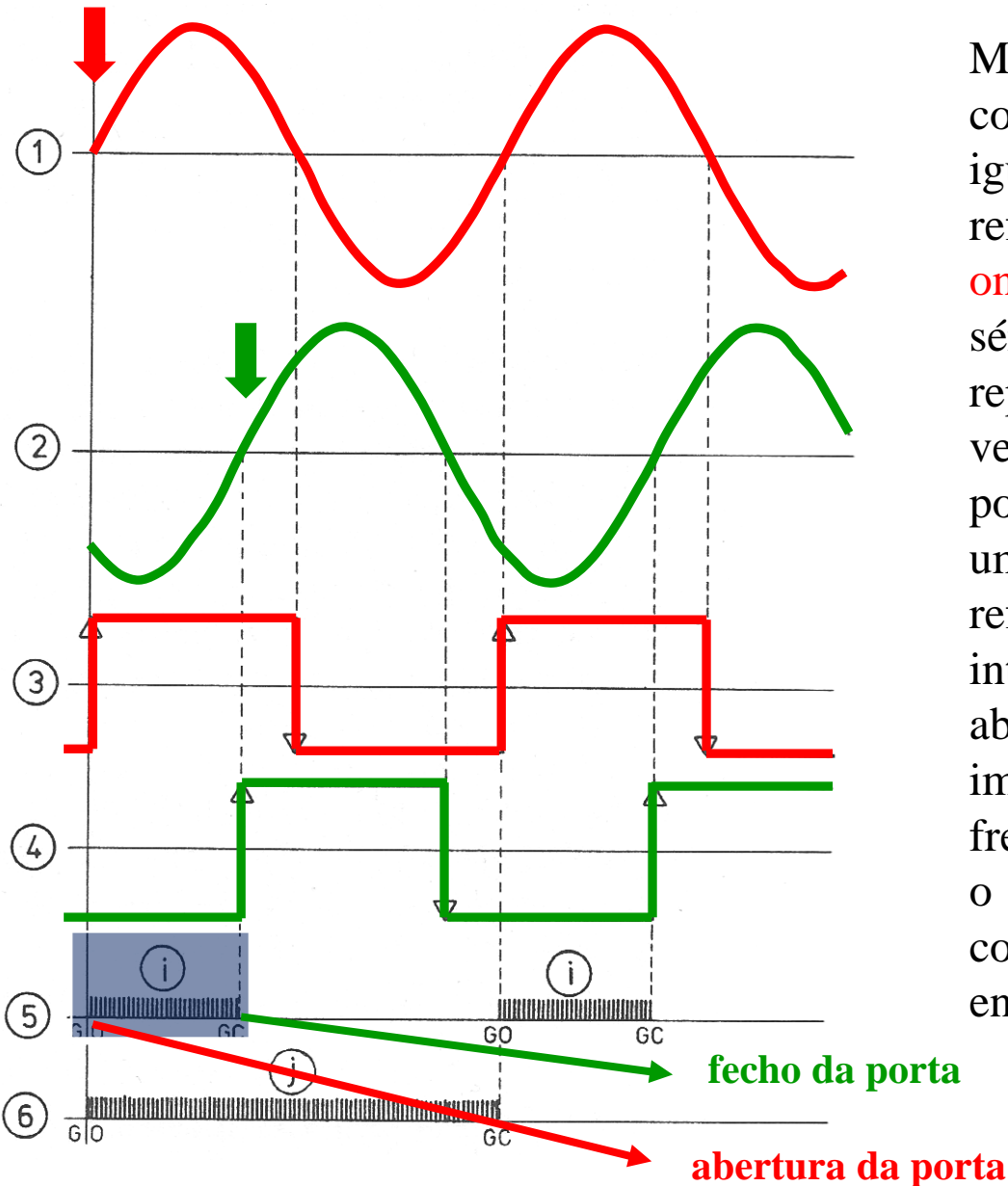
Medição de distâncias

- 3. Oscilador:** produz a frequência de modulação através da vibração de um cristal de quartzo; variações da temperatura ambiente e o envelhecimento do cristal produzem variações na frequência de oscilação
- 4. Sistema de transmissão composto por lentes:** pode ter um sistema de focagem fixo ou ajustável, gerando um feixe com divergência de cerca de 5' de arco para instrumentos de curto alcance e com cerca de 20' de arco para instrumentos com um alcance maior.
- 5. Reflector:** consiste num prisma de vidro que reflecte o sinal incidente paralelamente a ele próprio
- 6. Sistema de recepção composto por lentes:** pode ter um sistema de focagem fixo ou ajustável, focando o feixe incidente no fotodetector

Medição de distâncias

- 7. Fotodetector:** transforma as variações de intensidade do feixe incidente em variações de corrente (fotodíodos ou fotomultiplicadores)
- 8. Resolver:** provoca um desfasamento da fase do sinal de referência (réplica do sinal emitido) através da utilização de um botão
- 9. Detector da fase:** efectua a comparação da fase entre o sinal incidente (eco do sinal emitido) e o sinal de referência
10. Display: indica o valor obtido para a diferença de fase

Medição de distâncias

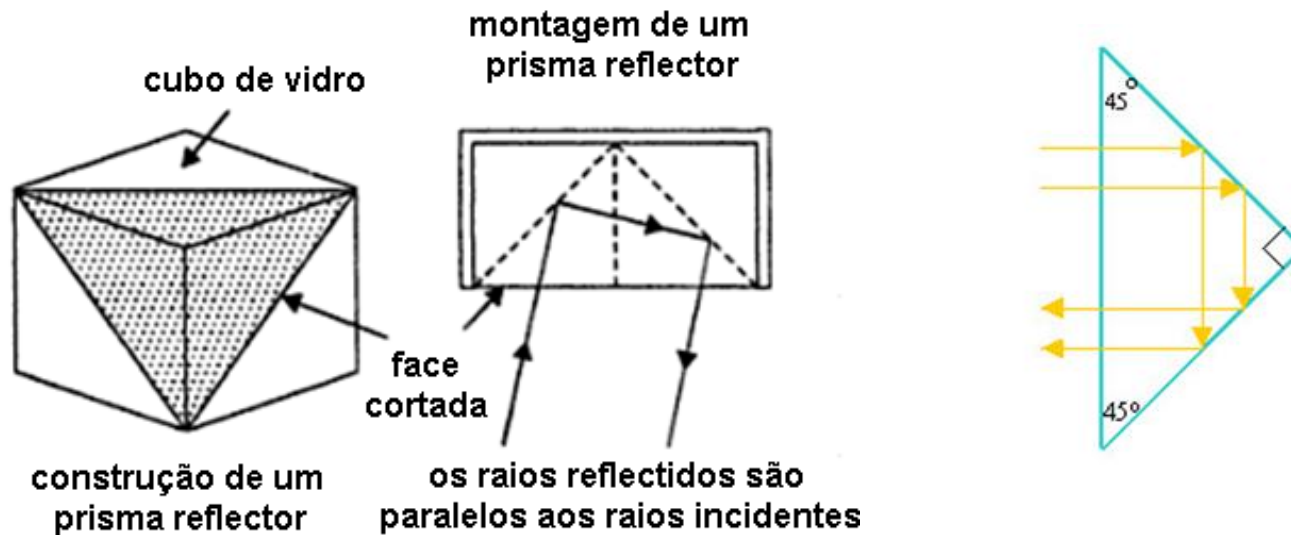


Medição digital da fase: baseia-se na comparação de dois sinais sinusoidais de igual frequência, o sinal emitido e o sinal refletido, sendo ambos convertidos em **ondas quadradas**, passando então por uma série de portas. As curvas a encarnado representam o sinal emitido e as curvas a verde representam o sinal refletido. Uma porta abre-se quando o sinal emitido inicia um novo ciclo e fecha-se quando o sinal refletido inicia um novo ciclo. Durante o intervalo de tempo em que a porta está aberta, são acumulados num contador impulsos gerados num oscilador de alta frequência, neste caso i impulsos. Sendo j o número de impulsos contidos num ciclo completo, tem-se que a diferença de fase L entre os 2 sinais é

$$L = \frac{i}{j} U$$

Medição de distâncias

Os prismas são utilizados em conjunto com os aparelhos EDM para reflectir o sinal emitido. Um exemplo de um prisma está representado na figura, obtido cortando os cantos de um cubo de vidro são cortados, de tal forma que o feixe incidente é reflectido na mesma direcção (retro-reflexão).



A qualidade do prisma é determinada pela perpendicularidade das faces, devendo as respectivas superfícies ser lisas e protegidas por material adequado.

Medição de distâncias

Propagação da radiação electromagnética através da atmosfera

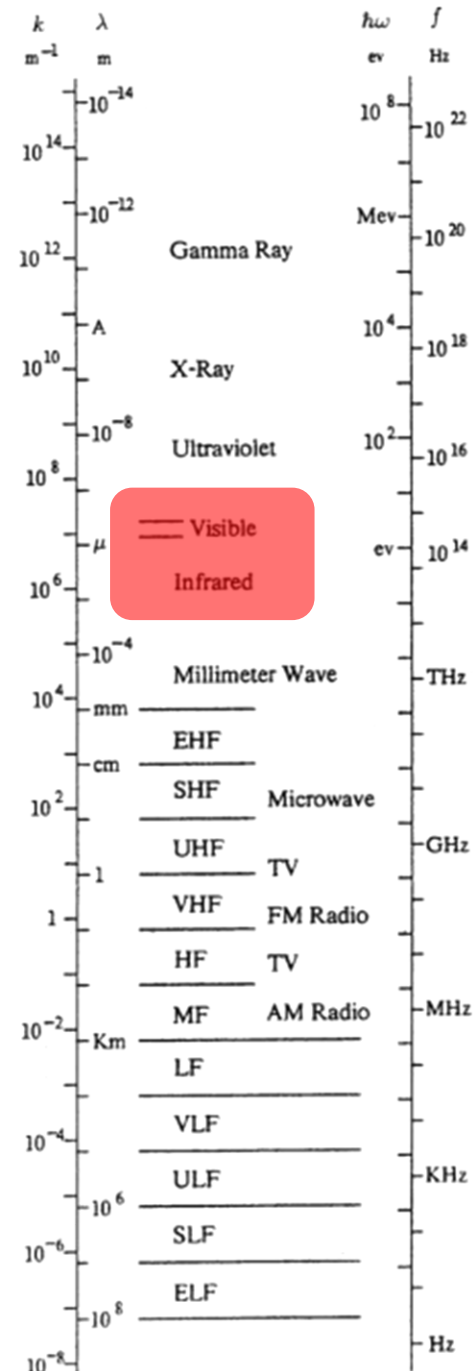
A **transmissividade** da atmosfera é uma medida da atenuação e extinção da propagação de uma onda (fracção da luz incidente com um comprimento de onda específico, que atravessa a atmosfera) e é descrita como a potência da radiação incidente dividida por potência da radiação emitida, sendo função do comprimento de onda, distância, temperatura, pressão, composição da atmosfera, chuva, neve, poeira, aerossóis e da dimensão das partículas dos constituintes da atmosfera.

Medição de distâncias

A **absorção** e a **dispersão** da radiação incidente limitam a transmissividade da atmosfera, seja devido às moléculas do ar (dispersão de Rayleigh), seja devido às partículas de maior dimensão – aerossóis (dispersão de Mie). A absorção em diversas regiões espectrais deve-se sobretudo ao vapor de água, ao dióxido de carbono e ao ozônio.

As bandas de absorção molecular da água e do dióxido de carbono causam uma enorme absorção em duas bandas perto dos 1.4 m e 1.9 m de tal modo que praticamente bloqueiam a transmissão da radiação.

Medição de distâncias



Quantum Theory

$$k = 2\pi/\lambda$$

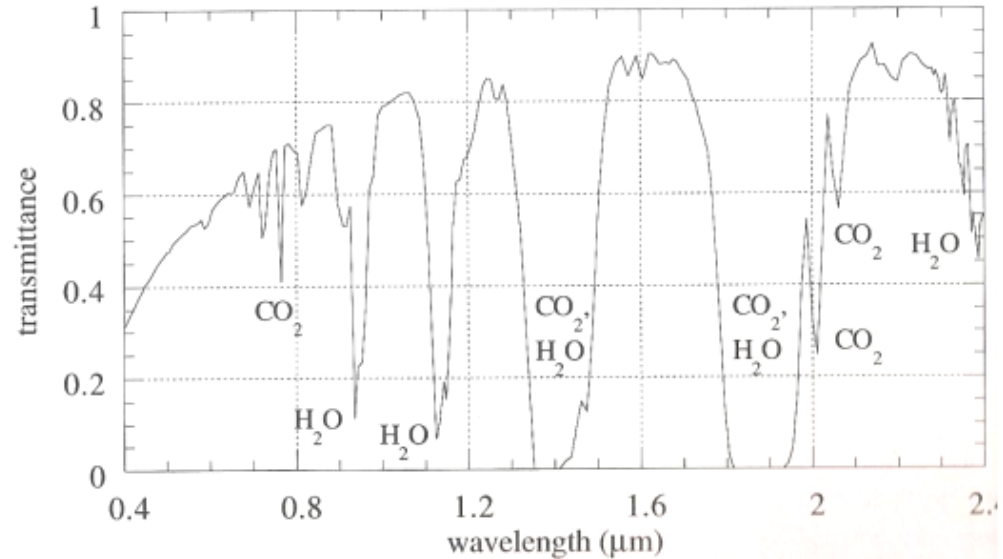
$$k \approx 5 \times 10^6 \frac{h\omega}{\text{eV}}$$

$$k \approx 2.1 \times 10^{-8} f$$

Visible 0.38 ~ 0.72 μ
 Near IR 0.72 ~ 1.3 μ
 Thermal IR 7 ~ 15 μ

- K_a -band 27 – 40 GHz
- K -band 18 – 27 GHz
- K_μ -band 12 – 18 GHz
- X -band 8 – 12 GHz
- C -band 4 – 8 GHz
- S -band 2 – 4 GHz
- L -band 1 – 2 GHz
- TV (14 – 83) 470 – 890 MHz
- TV (7 – 13) 174 – 216 MHz
- FM (100 Ch.) 88 – 108 MHz
- TV (5 – 6) 76 – 88 MHz
- TV (2 – 4) 54 – 72 MHz
- AM (107 Ch.) 535 – 1605 KHz

Quasi-static Limit



Transmissividade da atmosfera na região da radiação visível e do infravermelho próximo (NIR), mostrando que apenas uma parte limitada do espectro NIR é adequada para a utilização em aparelhos EDM pois as moléculas de vapor de água causam absorção sobretudo nos comprimentos de onda 930 nm, 1120 nm, 1450 nm e 1900 nm, enquanto que o dióxido de carbono causa absorção para os comprimentos de onda 1400 nm e 2050 nm.; estes dois constituintes do ar causam uma ausência total da transmissividade entre os comprimentos de onda 2550 nm e 2800 nm.

Medição de distâncias

O alcance R_y de um distanciômetro pode exprimir-se como $R_y = \left(\frac{y}{a}\right)^{0.5} e^{-zR_y}$ onde:

a =parâmetro específico do distanciômetro dependente da densidade de energia do transmissor (potência), da sensibilidade do receptor, da abertura da luneta e dos prismas

z =coeficiente de atenuação

y =número de prismas utilizados

Como exemplo, para o instrumento Zeiss Eldi 2, a constante $a=0.2 \text{ km}^{-2}$; o valor de z pode variar entre 0.3 km^{-1} e 0.5 km^{-1} para condições atmosféricas variando de céu nublado a céu limpo com calor, que provoca uma vibração atmosférica. Utilizando estes valores, é possível resolver a equação anterior com um processo iterativo e obter o alcance do instrumento para as condições existentes.

Medição de distâncias

Quando a radiação electromagnética passa de um meio com uma dada densidade para outro de densidade distinta, sofre um desvio, sendo este fenómeno conhecido como **refração** da luz.

Na atmosfera, tanto a luz que é reflectida nos pontos que são bisectados pelo retículo da ocular da estação total como o feixe infravermelho que é emitido por um distanciómetro não seguem uma trajectória rectilínea, mas, devido ao efeito da refração (provocado pelo efeito combinado da temperatura e da pressão, que geram camadas de densidades distintas), propagam-se seguindo uma **trajectória curva**, geralmente côncava, com um raio de curvatura 7 a 8 vezes maior do que o raio da Terra.

Medição de distâncias

No vácuo, a velocidade de propagação das ondas electromagnéticas é constante para todos os comprimentos de onda. No ar, o índice de refração n depende de diversos factores: composição, temperatura, pressão e humidade, relacionados através da equação de Cauchy $n = A + B/\lambda^2 + C/\lambda^4$, onde A , B e C são constantes para umas dadas condições atmosféricas. Para condições standard de ar seco a 0°C de temperatura, 760 mm Hg (1013.25 mbars) de pressão e com 0.03% CO_2 , o índice de refração tem o valor $n_s = 1 + (287.604 + 1.6288/\lambda^2 + 0.0136/\lambda^4)10^{-6}$, onde λ é dado em $\mu\text{m} = 10^{-6} \text{m}$. Atendendo ao processo de modulação, no qual a onda modulada (que não é sinusoidal) é sobreposta à onda portadora, é necessário considerar o índice de refração de grupo, $n_g = A + 3B/\lambda^2 + 5C/\lambda^4$, de tal forma que $n_{gs} = 1 + (287.604 + 4.88/\lambda^2 + 0.0680/\lambda^4)10^{-6}$. O índice de refração para condições quaisquer é então dado por

$$n_{gt} = 1 + \frac{273.2(n_{gs} - 1)P}{760(273.2 + t)} - \frac{15.02E \times 10^{-6}}{273.2 + t} = 1 + 0.359474(n_{gs} - 1)\frac{P}{T} - \frac{15.02E \times 10^{-6}}{T}$$

onde P é a pressão atmosférica (mm HG), $T=273+t$ (K) é a temperatura, E é a pressão do vapor de água (mm Hg) = $e' - (c/755)p(t - t_w)$, em que e' é a pressão de saturação do vapor de água, t e t_w são as temperaturas seca e húmida e c é uma constante.

Exemplo: sendo o índice de refração standard (padrão) para a luz visível a 0°C , 760 mm Hg, e 0.03% de CO_2 igual a 1.0003045, calcule o índice de refração a 25°C e 730 mm Hg (a pressão de saturação do vapor de água a 25°C é igual a 23.7 mm Hg).

$$n_{gt} = 1 + 0.359474(n_{gs} - 1)\frac{P}{T} - \frac{15.02 \times 10^{-6}}{T} = 1 + 0.359474 \times 3.045 \times 10^{-4} \times \frac{730}{298} - \frac{15.02 \times 23.7 \times 10^{-6}}{298} = 1.0002669$$

Medição de distâncias

O efeito em n de diferentes condições atmosféricas pode resumir-se no quadro seguinte:

| | | Luz visível | Micro-ondas |
|--------------------------|----------|-------------|-------------|
| Temperatura | +1° C | -1.00 ppm | -1.25 ppm |
| Pressão atmosférica | +1 mm Hg | +0.40 ppm | +0.40 ppm |
| Pressão do vapor de água | +1 mm Hg | -0.05 ppm | +6.60 ppm |

A influência atmosférica pode ser aplicada directamente na distância. Apresenta-se assim a correcção meteorológica para uma distância utilizando o formulário apresentado no manual da estação total TC2002 e a correcção para a mesma distância utilizando o ábaco:

$$\Delta D_1 = 281.8 - \left[\frac{0.29065 P}{1 + \alpha t} - \frac{4.126 \times 10^{-4} h}{1 + \alpha t} \times 10^x \right], \quad x = \frac{7.5 t}{237.3 + t} + 0.7857$$

em que ΔD_1 = correcção atmosférica em ppm, P = pressão atmosférica (mbar), t = temperatura ambiente (°C), h = humidade relativa (%), $\alpha = 1/273,16$.

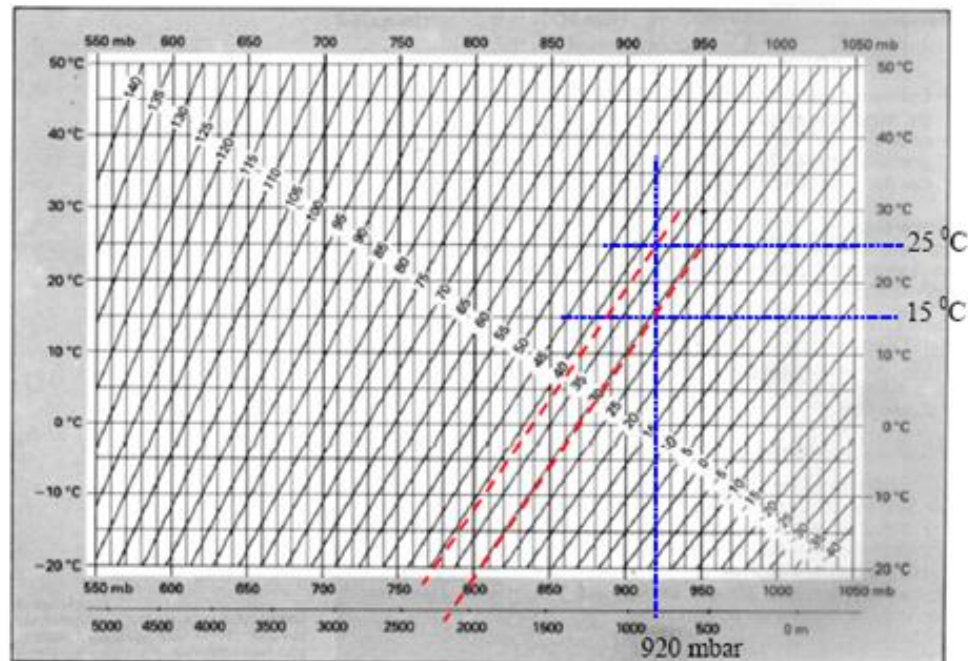
Medição de distâncias

Exemplo: nas condições seguintes, calcular a correção a aplicar à distância medida: temperatura (t) = 25.0° C, pressão atmosférica (P) = 920.0 mbar, humidade relativa (h) = 56 %.

$$x = ((7.5 \times 25.0) / (237.3 + 25.0)) + 0.7857 = 1.5005$$

$$\Delta D_1 = 281.8 - \left[\frac{0.29065 \times 920.0}{1 + 0.00421 \times 25.0} - \frac{4.126 \times 10^{-4} \times 56}{1 + 0.00421 \times 25.0} \times 10^{1.5005} \right] = 281.8 - (244.9821 - 0.67022) = 37.48 \text{ ppm}$$

Utilizando os mesmos valores para a temperatura e a pressão atmosférica, obtém-se o valor da correção utilizando o ábaco:



Correção 37,0 ppm

Medição de distâncias

Os construtores de equipamentos de EDM especificam a respectiva precisão como se segue:

- 1) o desvio padrão da medição (por exemplo: ± 5 mm)
- 2) um erro proporcional à distância D, devido a variações na frequência de operação e a efeitos meteorológicos (por exemplo: ± 2 ppm ou $\pm 2 \times 10^{-6} D$)

| Classes de distanciômetros | Desvio padrão, Precisão linear |
|----------------------------|--|
| 1- precisão baixa | $\pm (10\text{mm} + 10 \text{ ppm } \times D)$ |
| 2- precisão média | $\pm (5\text{mm} + 5 \text{ ppm } \times D)$ |
| 3- precisão alta | $\pm (3\text{mm} + 2 \text{ ppm } \times D)$ |

Medição de distâncias



TECHNICAL DATA

| | DI1000 | DISS | DI2000 | DI3000 ⁽¹⁾ |
|---|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|--|
| Standard deviation | 5mm+5ppm | 3mm+2ppm | 1mm+1ppm | 3to 5mm+1ppm |
| Range* | | | | |
| with 1prism | 800m/1000m | 2.5km/3.5km | 2.0km/2.5km | 6km/9km |
| with 3prisms | 1200m/1600m | 3.5km/5.0km | 2.3km/3.5km | 7km/11km |
| with 11prisms | — | 5.0km/7.0km | 4.0km/5.5km | 9km/14km |
| Time needed | | | | |
| Standard measurement | 5s | 4s | 4s | 3.5s |
| Tracking update | 0.3s | 1s | 0.5s | 0.3s |
| Rapid measurement | — | — | 2s | 0.8s |
| Resolution | 1mm/0.01ft | 1mm/0.01ft | 1mm/0.01ft or 0.1mm/0.001ft | 1mm/0.01ft or 0.1mm/0.001ft |
| Recommended combinations with Wild theodolites | | | | |
| electronic | T1000 | T1600, T2002 | T2002, T1600 | T1600, T2002 |
| optical | T1, T16 | T2 | T2 | T2 |
| Further combinations | | | | |
| electronic | T1600, T2002 | T1000, T3000 | T1600, T3000 | T1000, T3000 |
| optical | T2, RDS, T0 | T1, T16 | T1, T16 | T1, T16, yoke |
| Tilting range** | | | | |
| on theodolite | -70gon to zenith | -70gon to zenith | -70gon to zenith | ±33gon |
| in yoke, or with optional counterweight | — | — | — | -70gon to zenith |
| Displayed values | ↙ | ↙ | ↙ | ↙, ↘, ↗, ↖, ↕, ↔, arithmetic mean, standard deviation |
| with optional keyboard GTSS | ↙, ↘, ↗, ↖, ↕, ↔, ↗, ↖, ↕, ↔ | ↙, ↘, ↗, ↖, ↕, ↔, ↗, ↖, ↕, ↔ | ↙, ↘, ↗, ↖, ↕, ↔, ↗, ↖, ↕, ↔ | |
| Scale correction (ppm) | | | | |
| Range | -150 to +150 | -500 to +500 | -500 to +500 | -999 to +999 |
| Step | 1ppm | 1ppm | 1ppm | 1ppm |
| Power supply 12V | | | | |
| Mini-battery 0.5Ah | 300 | 100 | 200 | 300 |
| Small battery 2Ah | 1200 | 400 | 800 | 1200 |
| Large battery 7Ah | 4200 | 1500 | 2800 | 4200 |
| Weights | | | | |
| EDM | 0.6kg/1.3lb | 1.1kg/2.4lb | 0.7kg/1.5lb | 1.7kg/3.7lb |
| Counterweight | 0.5kg/1.1lb | 0.8kg/1.8lb | 0.5kg/1.1lb | 1.5kg/3.3lb (optional) |

Shared characteristics:

| | |
|----------------|---|
| Temperature | -20°C to +50°C |
| Measurement | fully automatic |
| Unambiguous | total distance always displayed |
| Angular input | 1°/0.1mgon |
| Prism constant | Range: -99mm to +99mm in 1mm steps (DI2000: ±0.9mm/0.1mm) |

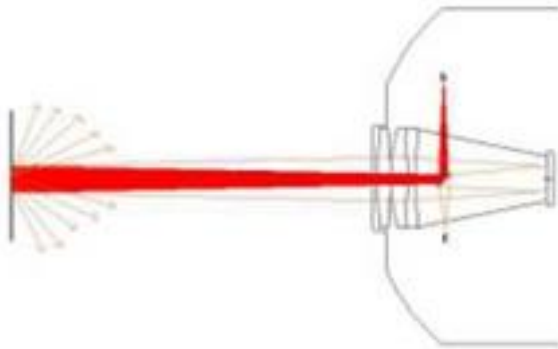
* in medium/favourable atmospheric conditions

** depending on theodolite used

⁽¹⁾ DIOR3002: see description, page 17

Medição de distâncias

Na reflexão difusa os feixes de luz divergem de maneira proporcional com o aumento da distância em relação à fonte emissora. A medição sem prisma é utilizada em equipamentos que emitem laser, que é uma fonte de luz coerente com incidência bem localizada, permitindo que uma parte dos raios incidentes retorne ao EDM.



Medição de distâncias

Nas operações de medição de distâncias, desde a materialização do ponto a ser medido até à leitura do mesmo, uma série de erros podem ocorrer. Dentre as principais fontes que dão origem a erros, destacam-se aquela devida à centralização e verticalização do instrumento e do prisma nos pontos, as condições ambientais, a precisão na pontaria e as condições de fabricação e manutenção do equipamento.

Os principais erros são: constante do prisma, temperatura e pressão, centragem do instrumento e do bastão, ângulo vertical, excentricidade vertical, colimação, erro de índice (constante aditiva), erro cíclico (amplitude e fase), erro de escala (variação na frequência da onda portadora do sinal de medida).

Qualquer distanciômetro electro-óptico está sujeito a um grande número de **erros instrumentais**, sistemáticos e normalmente de pequena magnitude. Estes erros podem estar relacionados com a concepção do aparelho ou com as componentes que o constituem.

As contribuições para a correcção instrumental são: constante aditiva, correcção para os erros de pequeno período, correcção de escala e correcção não linear.

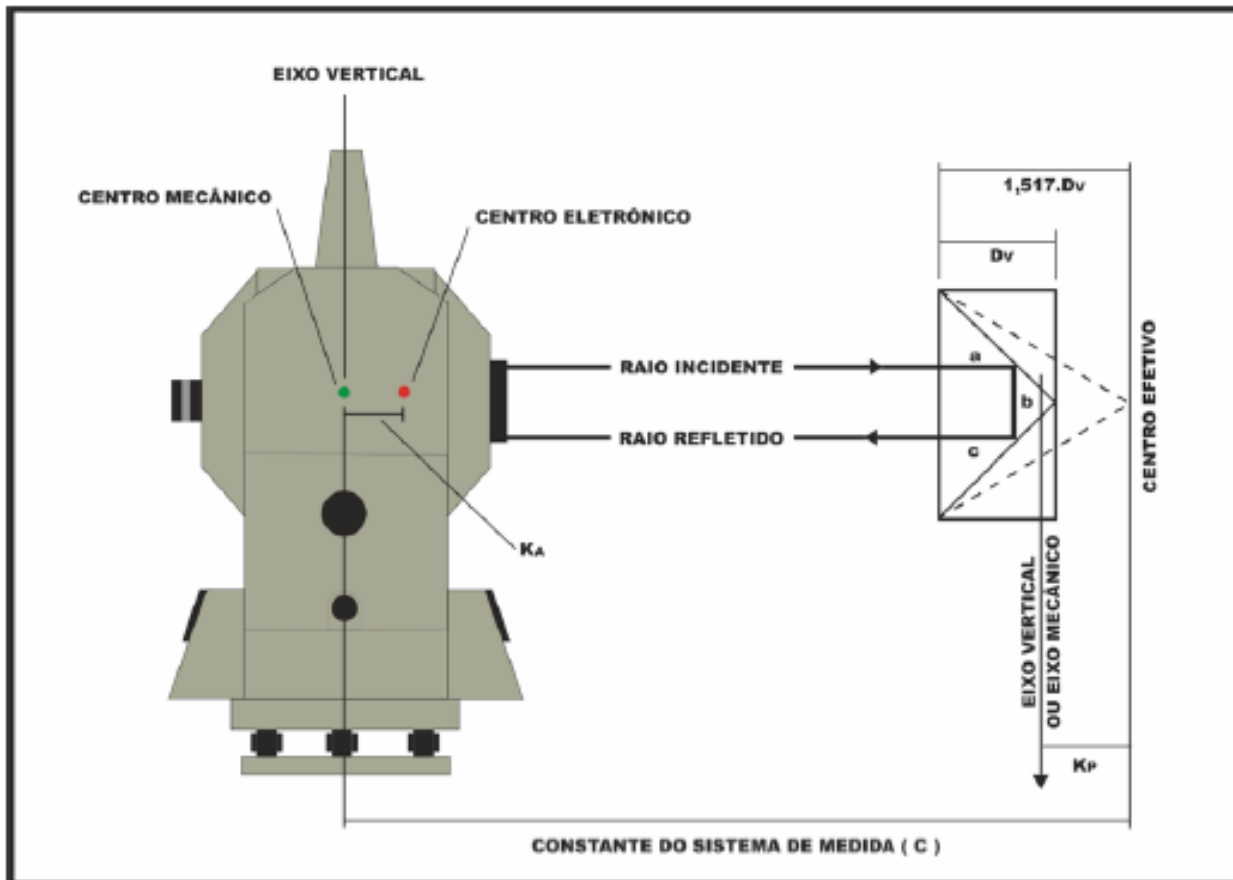
Medição de distâncias

1. Erro de constante aditiva (erro de índice, erro de offset)

Como a origem electro-óptica a partir da qual são medidas as distâncias não está localizada sobre o eixo vertical do instrumento, é necessário corrigir todas as distâncias de uma pequena quantidade de forma a referir estas distâncias ao eixo vertical do distanciómetro. Esta correção designa-se por constante aditiva e compensa os atrasos nas componentes eléctricas e ópticas, sendo por vezes referida como erro zero ou erro instrumental, que pode atingir alguns centímetros. O construtor determina e incorpora no aparelho uma correção que combina a constante aditiva do distanciómetro e a constante do reflector, normalmente exacta a menos de 1 ou 2 mm.

Medição de distâncias

A constante do sistema de medida é a soma da constante aditiva mais o valor da constante do prisma



O centro electrónico do distanciômetro geralmente não coincide exactamente com o centro geométrico de centragem da estação total, pelo que é necessário acrescentar (ou subtrair) à distância medida uma constante K_a .

Como o feixe emitido se propaga a menor velocidade no vidro do que no ar, o centro efectivo do reflector está localizado atrás do prisma, não coincidindo com o centro mecânico (bastão ou suporte), produzindo um erro sistemático nas distâncias.

Medição de distâncias

O fabricante normalmente calibra o aparelho EDM de acordo com o prisma correspondente, de forma a não ser necessário acrescentar qualquer constante. Quando se utilizam acessórios de outros fabricantes pode ser necessário configurar a constante do prisma no aparelho.

Coefficiente do prisma: a devolução do sinal de medida, emitido pelo EDM pode ser feita de duas maneiras: reflexão total (por prismas) e reflexão difusa (sem prismas). A reflexão total é utilizada em prismas para produzir o desvio dos feixes de luz em 180° , logo um feixe incidente numa face diagonal do prisma irá, após a reflexão total, retornar numa direcção paralela ao do raio incidente. Este prisma é concebido de tal forma que qualquer feixe de luz incidente sobre as suas superfícies, retorne na mesma direcção.



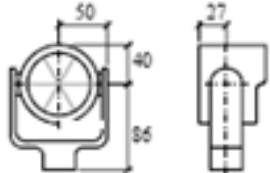
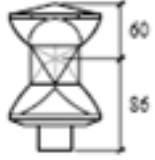
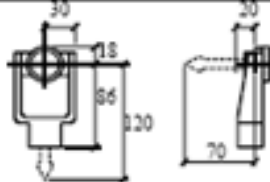

mini-prisma

360°

adesivo

Medição de distâncias

A utilização dos prismas nas medições electrónicas deve ser precedida da verificação da constante destes para a correção das distâncias observadas. A constante do prisma fornecida pelo construtor é resultante da constante do instrumento (normalmente zero) mais a constante do prisma, que variam com o tipo, o fabricante e o suporte do prisma.

| Prismas Leica | Constantes [mm] | |
|------------------------------|-----------------|--|
| Prisma padrão GPH1 + GPR1 | 0.0 |  |
| Prisma 360° GRZ4 | +23.1 |  |
| Mini prisma GMP101/102 | +17.5 |  |
| Prismas adesivos | +34.4 |  |
| USUÁRIO | -- | é definido em "Cte Prisma" (-mm + 34.4; ex.: mm = 14 -> entrada = -14 + 34.4 = 20.4) |
| RL | +34.4 | Sem prisma |

Medição de distâncias

O modelo matemático para o erro da constante aditiva é $c_z = d - d_t$, onde c_z representa o erro de constante aditiva, d a distância medida e d_t a distância “verdadeira”.

Medição de distâncias

2. Erros de curto período (erro cíclico)

Os distanciómetros baseados no princípio da medição da diferença de fase podem exibir erros com comprimento de onda igual à unidade de medida U e suas harmónicas, causados por variações na forma como a fase é medida pelo instrumento.

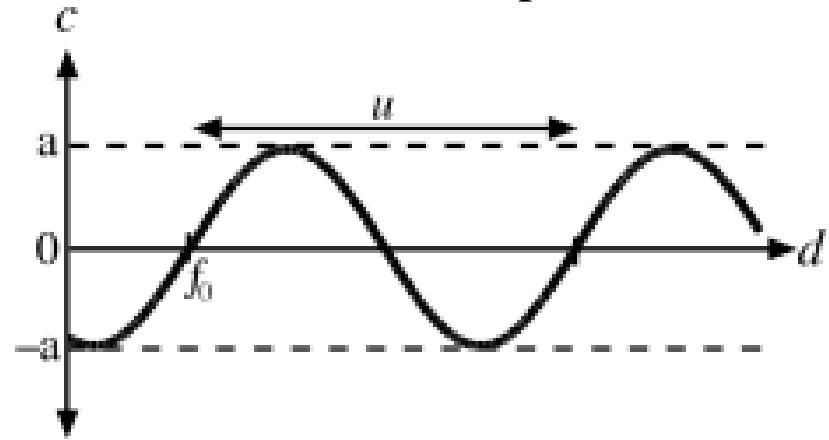
Os erros periódicos que se repetem em múltiplos da unidade de medida podem dever-se a interferências eléctricas/ópticas (sinusoidais) ou a erros sistemáticos no sistema de medição da fase (repetem-se em intervalos de U).

Este tipo de erros também podem ser causados por sinais que percorrem mais do que 2 vezes a distância instrumento-reflector (multi-trajecto).

Medição de distâncias

Na maior parte dos casos, este erro pode ser aproximado por uma sinusóide com comprimento de onda igual à unidade de medida, sendo a amplitude geralmente inferior a 5 mm. O modelo matemático para o erro cíclico é dado por:

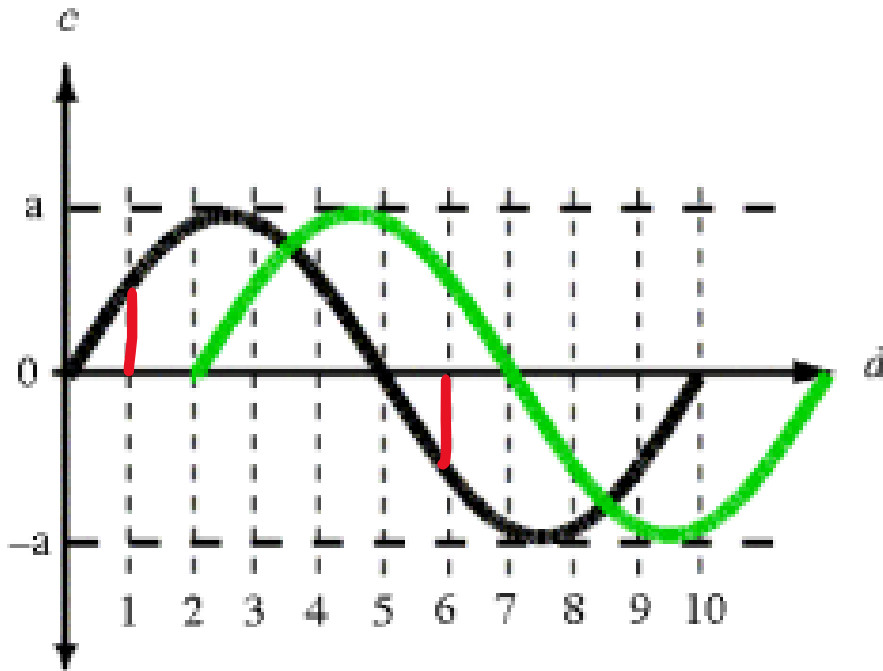
$$c_c = a \sin\left(f_0 + 2\pi \frac{d \bmod u}{u}\right)$$



onde c_c é o erro cíclico, a a respectiva amplitude, f_0 a localização da origem da sinusóide que representa o erro cíclico, d a distância medida e u a unidade de medida fundamental do aparelho; o operador mod é o operador resto, de tal forma que sendo $d = nu + r$, $n = \text{inteiro}$, $0 \leq r \leq u$, então $r = d \bmod u$, sendo r a quantidade determinada pelo EDM através da medição da diferença de fase. Por exemplo, se $u = 10$ m e $d = 1234.567$ m então $r = d \bmod u = 4.567$ m.

Medição de distâncias

O erro cíclico é uma consequência directa da medição da diferença de fase e portanto repete o padrão de variação com comprimento de onda igual à unidade de medida fundamental, daí o nome.



Se as medições com resto 1 e 6 m forem combinadas, o erro cíclico é cancelado; de forma similar, a combinação das medições 2 e 7, 3 e 8, 4 e 9 conduz ao cancelamento do erro cíclico. Note-se que mesmo se o ciclo não começar na origem (curva a verde), o erro cíclico também cancela.

Medição de distâncias

3. Erros de escala

Os erros de escala nos aparelhos EDM são causados sobretudo pelo oscilador e pelos díodos emissor e receptor, produzindo uma frequência errada. Note-se que este tipo de erros também podem ser causados por efeitos externos como a utilização de um valor incorrecto para a velocidade de propagação do sinal electromagnético, a utilização de um valor incorrecto para a correção da velocidade, a omissão da correção da humidade, uma resolução limitada para o valor da correção em ppm, erros nas estimativas da temperatura e pressão, reduções geométricas erradas, etc.

Medição de distâncias

O modelo matemático para o erro de escala é $c_s = d / d_t$, onde c_s representa o erro de escala, d a distância medida e d_t a distância “verdadeira”.

Medição de distâncias

4. Erros não lineares dependentes da distância

Todos os erros sistemáticos que dependem da distância e que não estejam incluídos nas 3 classes anteriores podem ser classificados como não lineares e incluem erros não periódicos assim como erros de longo período. Este tipo de erros podem ser causados por ausência de homogeneidade nos díodos emissor e receptor

Medição de distâncias

| Error | Type of error | | | | | | | |
|---|---------------|-----|---|-----|-----|---|-----|---|
| | C | D | E | F | G | H | I | K |
| <i>Instrumental errors</i> | | | | | | | | |
| 1. Additive constant | | × | | | | × | (×) | |
| 2. Electrical and optical cross-talk and stray coupling | | | × | | (×) | | | |
| 3. Multipath errors | | | × | | × | | | |
| 4. Phase inhomogeneities in IR emitting diode and photodiode | | × | | × | | | | |
| 5. Errors in frequency | | | | × | | × | × | × |
| 6. Phase measurement | | | | | | | | |
| – Digital | × | | | | | | | |
| – Analog | | × | × | | | | | |
| 7. Phase drift | × | × | | | | | (×) | |
| 8. Pointing: | | | | | | | | |
| – Electronic pointing | × | | | | | | | |
| – Optical pointing only with a maladjusted telescope-mounted EDM instrument | | × | | × | × | | | |
| 9. Effect of signal strength | | | × | (×) | × | | | |
| 10. Adjustment of diaphragm, attenuator | | × | | | × | | | |
| 11. Variability of reflector constant (for one make and shape) | × | (×) | | | | | | |
| 12. Variability of reflector constant (for other makes and shapes) | | × | | × | × | | | |
| 13. Error in given carrier wavelength | | | | × | | × | | |
| 14. Resolution of ppm input | × | | | × | | | | |
| <i>Non-instrumental errors</i> | | | | | | | | |
| 15. Centring errors of reflector and EDM instrument | × | (×) | | | | | | |
| 16. Levelling errors of reflector and EDM instrument | × | (×) | | | | | | |
| 17. Reflector pointing | × | (×) | | | | | | |
| 18. Measurement of temperature | × | | | × | | | | |
| 19. Measurement of atmospheric pressure | × | | | × | | | | |
| 20. Neglect of humidity | × | | | × | | | | |
| 21. Spurious reflections from illuminated objects other than reflector | | | | × | | | | |
| 22. Atmospheric turbulence | × | | | | | | | |

Lista de erros instrumentais que afectam os distanciômetros electromagnéticos que utilizam radiação na banda dos infravermelhos.

Distinguem-se os seguintes tipos de erros: tipo C, **aleatório**, tipo D, **sistemático mas constante**, tipo E, **sistemático periódico com a distância**, tipo F, **sistemático linear com a distância**, tipo G, **sistemático não linear com a distância**, tipo H, **dependente da temperatura**, tipo I, **dependente do intervalo de tempo**, tipo K, **dependente da voltagem**

Medição de distâncias

A **correção instrumental IC** é dada pela expressão seguinte, onde **A, B, C são coeficientes desconhecidos a ser calibrados**, D é a distância medida, t é o intervalo de tempo contado a partir do instante em que o aparelho foi ligado, T é a temperatura, U é a unidade de medida do distanciômetro, Y representa o número de anos contado a partir da compra do equipamento:

$$\begin{aligned} IC = & A_{00} + A_{01} T + A_{02} e^{(-A_{03} t)} + (A_{10} + A_{11} T + A_{12} T^2 + A_{13} T^3) D + (A_{14} Y) D \\ & + (A_{15} e^{(-A_{16} t)}) D + A_{20} D^2 + A_{30} D^3 + A_{40} D^4 + A_{50} D^5 + \dots \\ & + (B_{11} + B_{12} D) \cos \left(\frac{2\pi D}{U} \right) + (C_{11} + C_{12} D) \sin \left(\frac{2\pi D}{U} \right) \\ & + (B_{21} + B_{22} D) \cos \left(\frac{4\pi D}{U} \right) + (C_{21} + C_{22} D) \sin \left(\frac{4\pi D}{U} \right) \\ & + (B_{31} + B_{32} D) \cos \left(\frac{6\pi D}{U} \right) + (C_{31} + C_{32} D) \sin \left(\frac{6\pi D}{U} \right) \\ & + (B_{41} + B_{42} D) \cos \left(\frac{8\pi D}{U} \right) + (C_{41} + C_{42} D) \sin \left(\frac{8\pi D}{U} \right) + \dots \end{aligned}$$

Medição de distâncias

Os distanciômetros foram desenvolvidos utilizando diversas unidades de medida pois quanto menor for o valor de U , maior é a resolução das medições da distância, tendo esta unidade fundamental variado ao longo do tempo, incluindo 1.5, 2, 3, 3.333, 5, 7.5, 10, 10.101, 20, 30.769, 33.333 m. Aparelhos do mesmo construtor podem ter valores da unidade fundamental diferentes e podem mesmo ocorrer alterações num mesmo modelo.

Os aparelhos que utilizam o sistema de laser pulsado e portanto sem prisma, não têm uma unidade de medida fundamental pois não realizam comparação da fase, pelo que não estão sujeitos a erro cíclico.

Medição de distâncias

Um sistema confiável de medições obtém-se garantindo a **repetibilidade das medições**, a partir de comparações com padrões, o que implica, no caso dos aparelhos EDM, a existência de **bases de calibração** constando de um conjunto de pilares alinhados (entre cinco e oito), fixos ao terreno e dispostos de modo a que as distâncias entre eles obedecem a um padrão particular e de **laboratórios** ópticos e electrónicos dotados de osciladores e frequencímetros, para detectar e quantificar o sinal de medida transportado em modulação na onda portadora.

No que se segue, apresenta-se o **desenho de uma base de calibração** para instrumentos EDM que possa ser utilizada para a verificação e/ou calibração do maior número possível de instrumentos; dado que o método pelo qual os instrumentos EDM determinam a distância depende do valor adoptado pelo fabricante para a unidade de medida U e como existe uma grande variedade de marcas/modelos, é impossível obter uma base que possa ser utilizada por todos os aparelhos. Pretende-se, para além disso, desenvolver um procedimento de cálculo para a validação da metodologia utilizada no desenho das bases.

Medição de distâncias

A **calibração** de um distanciómetro define-se como a **determinação da respectiva correção instrumental**, que é somada à distância medida de forma a obter a distância correcta e precisão associada.

A correção instrumental é função de diversas variáveis independentes, sendo as mais importantes a distância e a temperatura, sendo o valor desta correção determinado para **cada combinação particular distanciómetro-reflector**, de tal forma que os termos constantes e dependentes da própria distância devem ser re-avaliados quando se utiliza o distanciómetro com outro tipo de reflector.

A calibração justifica-se por razões de controlo de qualidade (na altura da aquisição do aparelho e periodicamente depois disso), de melhoria na exactidão e por imperativos de metrologia legal. Estes requisitos variam de país para país, devendo os termos A_{00} (constante aditiva) e A_{10} (correção de escala) constar sempre num processo de calibração.

Medição de distâncias

Como se verifica pela expressão da correção instrumental, este valor depende da distância, da temperatura, do intervalo de tempo, da voltagem, entre outros factores. Assim, a variação da IC com a **distância** poderia ser determinada montando o reflector num suporte e faze-lo mover sobre um carril ao longo de uma distância da ordem de alguns kms, obtendo-se valores crescentes da distância, que seriam comparadas com o respectivo valor standard (obtido previamente com um processo mais exacto); os efeitos da **temperatura** teriam que determinados colocando o conjunto distanciómetro-reflector numa câmara isolada (com o comprimento de alguns kms) e testando as mesmas distâncias obtidas com temperaturas a variar numa amplitude -20° - 50° ; a **componente de longo período** seria obtida repetindo as observações periodicamente, por exemplo anualmente; o efeito da **voltagem** seria calibrado usando voltagens diferentes. Como se pode perceber, os custos de uma abordagem deste tipo seriam **proibitivos**.

Medição de distâncias

Geralmente não é prático testar a correção instrumental **simultaneamente contra todas as variáveis**. Como a maior parte dos erros (conhecidos) dependem da distância, foram desenvolvidos procedimentos para de forma eficiente determinar os coeficientes dependentes da distância na IC.

Por razões práticas substitui-se a abordagem ideal de um carril ao longo do qual o conjunto distanciômetro-alvo se desloca, por um número finito de **pilares** ao longo de uma linha (embora haja outras configurações). **Idealmente as distâncias entre os pilares da linha devem ser conhecidas com precisão superior ao respectivo valor obtido pelo distanciômetro a calibrar** (utilizando por exemplo o aparelho Kern Mekometer cuja incerteza na medição de uma distância = 0.1 mm).

Quanto aos restantes erros, devem ser realizados testes laboratoriais para determinar de forma eficiente a dependência da temperatura na escala do aparelho; o efeito de warm-up na constante aditiva e na escala também podem ser estabelecidos no laboratório.

Medição de distâncias

As vantagens de uma linha de calibração são:

- Custo de instalação relativamente baixo
- Poucas estações, muitas observações, pouco espaço necessário
- Alta precisão para a constante aditiva, mesmo se as distâncias não forem conhecidas
- Procedimento de cálculo fácil, mesmo se as distâncias não forem conhecidas

Medição de distâncias

Para poder realizar a calibração dos instrumentos EDM é necessário o conhecimento dos três erros sistemáticos que afectam este tipo aparelhos: a constante aditiva, o erro de escala e o erro de ciclo. O desenho de uma base de calibração fica caracterizado por três parâmetros: a unidade de medida U , o comprimento total pretendido para a base e o número de pilares a instalar, e a partir destas variáveis vão ser analisados desenhos diferentes (**Aarau, Hobart, Heerbrugg**):

- **independência na determinação dos erros sistemáticos**: o desenho de **Heerbrugg** para as bases de calibração permite tratar de forma independente o erro de ciclo dos erros da constante aditiva e de escala
- **adaptabilidade a instrumentos com diferentes unidades de medida**: os desenhos de **Heerbrugg** e Aarau são mais vantajosos neste aspecto

Medição de distâncias

- **número de observações**: o método de Hobart prevê menos observações, o que reduz a precisão dos parâmetros determinados
- **determinação conjuntados erros sistemáticos**: os desenhos de **Heerbrugg** e de Hobart permitem a determinação conjunta dos três erros, enquanto que o desenho de Aarau requer um processo adicional e independente para a determinação do erro de ciclo.

Desta forma, o desenho de **Heerbrugg** foi adoptado pelas normas internacionais de qualidade ISO, mais especificamente a norma **ISO17123-4** estabelece o procedimento completo para a verificação de instrumentos EDM.

Medição de distâncias

Como há 3 erros para quantificar, há 3 parcelas no processo de calibração, que podem ser tratadas separadamente, embora seja mais eficiente combina-las num processo único de observação.

Para determinar a constante aditiva c , assumindo que os restantes erros são nulos, seja **$D = d + c$** o valor registado pelo aparelho EDM e d a distância “verdadeira”. Se a distância for sucessivamente medida em 2 partes, D_1 e D_2 e de uma única vez, D , tem-se:

$$\left. \begin{array}{l} D_1 = d_1 + c \\ D_2 = d_2 + c \\ D = d + c \\ d = d_1 + d_2 \\ D_1 + D_2 = d_1 + d_2 + 2c \end{array} \right\}$$

e portanto

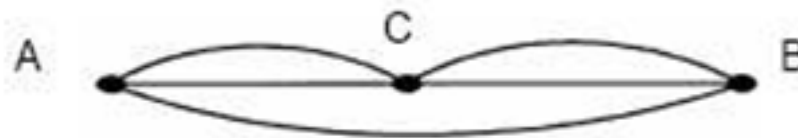
$$(D_1 + D_2) - D = c$$

Se a linha for medida em mais do que 2 partes, o processo pode ser expandido, obtendo-se uma melhor estimativa da constante aditiva.

Medição de distâncias

Quando se utilizam prismas que não se conhece a constante, é necessário definir o valor da correção da constante do prisma para uma marca de prisma específica. Uma vez colocado este valor, este é guardado quando o aparelho for desligado. A verificação e ajuste das constantes do instrumento devem ser efectuadas numa linha base com distância conhecida, isenta de movimentos e com sistema de centragem forçada. Se não existe tal local, estabeleça sua própria linha base de 20 m e compare os dados medidos com os do manual do instrumento. Em ambos casos, a constante do prisma, erro de colimação, correção atmosférica e a correção da refração e curvatura devem estar perfeitamente configurados. Se a linha base é usada dentro de um edifício, a diferença de temperatura pode alterar a precisão da medição. Se a diferença da distância medida em relação a linha base for superior a 5 mm, altere as constantes aplicando o seguinte procedimento:

- 1) numa linha de 100 m, estacione o instrumento nos pontos A e B e meça as distâncias AC, AB e BC.
- 2) repita o passo 1 várias vezes para calcular a constante do instrumento, dada por $\text{Constante do instrumento} = AC + BC - AB$.
- 3) se houver discrepância entre a constante original do instrumento e a calculada, configurar o valor da constante do instrumento.



Medição de distâncias

De forma a determinar a constante de um prisma utilizado em medições de distância, foram efectuadas as seguintes observações de distância horizontal ao longo de 4 estações A, B, C, D colineares, dispostas num terreno horizontal: AB = 95.178 m, BC = 194.240 m, CD = 203.306 m, AC = 289.378 m, BD = 397.510 m, AD = 492.664 m. Considerando pesos iguais, há 6 observações, sendo 3 independentes.

Considerando os valores observados de AB, BC e CD, modificados por uma constante \underline{c} do prisma, desconhecida (em mm, a ser subtraída), tem-se:

$$\text{AB: } (95178 - \underline{c} + l_1) - (95178 - \underline{c}) = v_1$$

$$\text{BC: } (194240 - \underline{c} + l_2) - (194240 - \underline{c}) = v_2$$

$$\text{CD: } (203306 - \underline{c} + l_3) - (203306 - \underline{c}) = v_3$$

$$\text{AC: } (95178 - \underline{c} + l_1) + (194240 - \underline{c} + l_2) - (289378 - \underline{c}) = v_4$$

$$\text{BD: } (194240 - \underline{c} + l_2) + (203306 - \underline{c} + l_3) - (397510 - \underline{c}) = v_5$$

$$\text{AD: } (95178 - \underline{c} + l_1) - (194240 - \underline{c} + l_2) + (203306 - \underline{c} + l_3) - (492664 - \underline{c}) = v_6$$

Medição de distâncias

Simplificando

$$l_1 = v_1$$

$$l_2 = v_2$$

$$l_3 = v_3$$

$$l_1 + l_2 - \underline{c} + 40 = v_4$$

$$l_2 + l_3 - \underline{c} + 36 = v_5$$

$$l_1 + l_2 + l_3 - 2\underline{c} + 60 = v_6$$

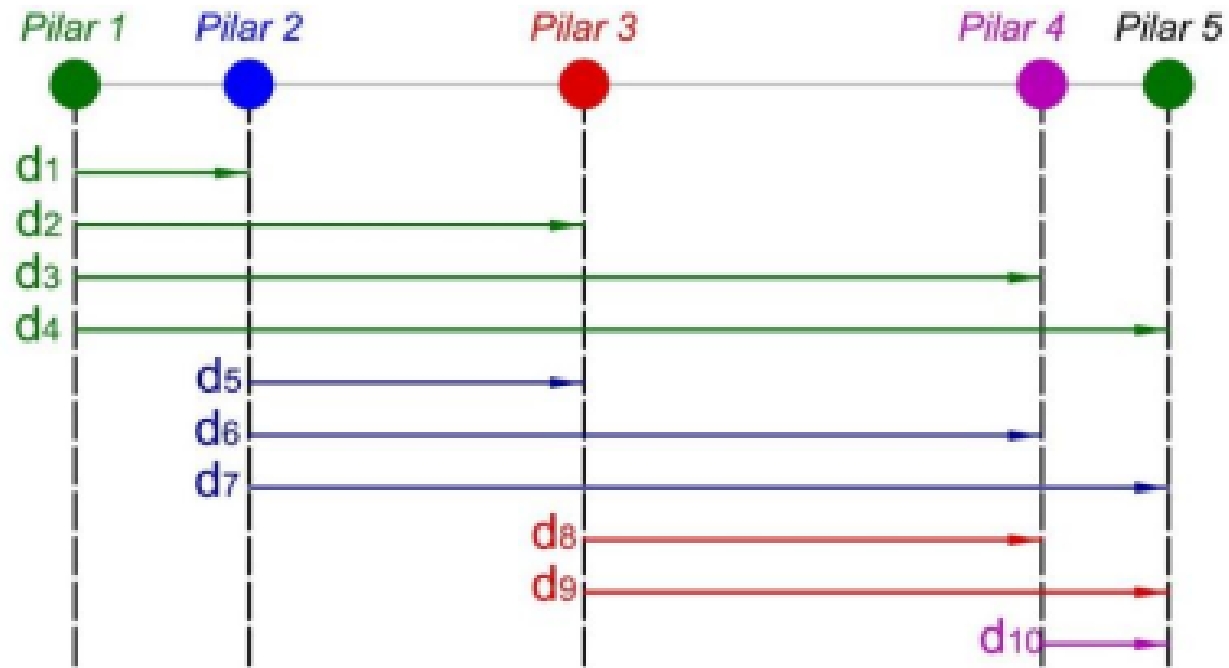
sistema cuja solução é $\underline{c} = -30$ mm.

Medição de distâncias

Um dispositivo EDM, para medir uma distância determina o número inteiro de unidades de medida mais uma fração desta, denominada resto: $d_i = nU_j + r_{ij}$, com d_i a distância i observada, U_j a unidade de medida do instrumento j , n um número inteiro, r_{ij} o resto obtido ao medir a distância i com o instrumento j . Os valores que os restos tomam dependem tanto das distâncias observadas como do valor da unidade de medida do instrumento.

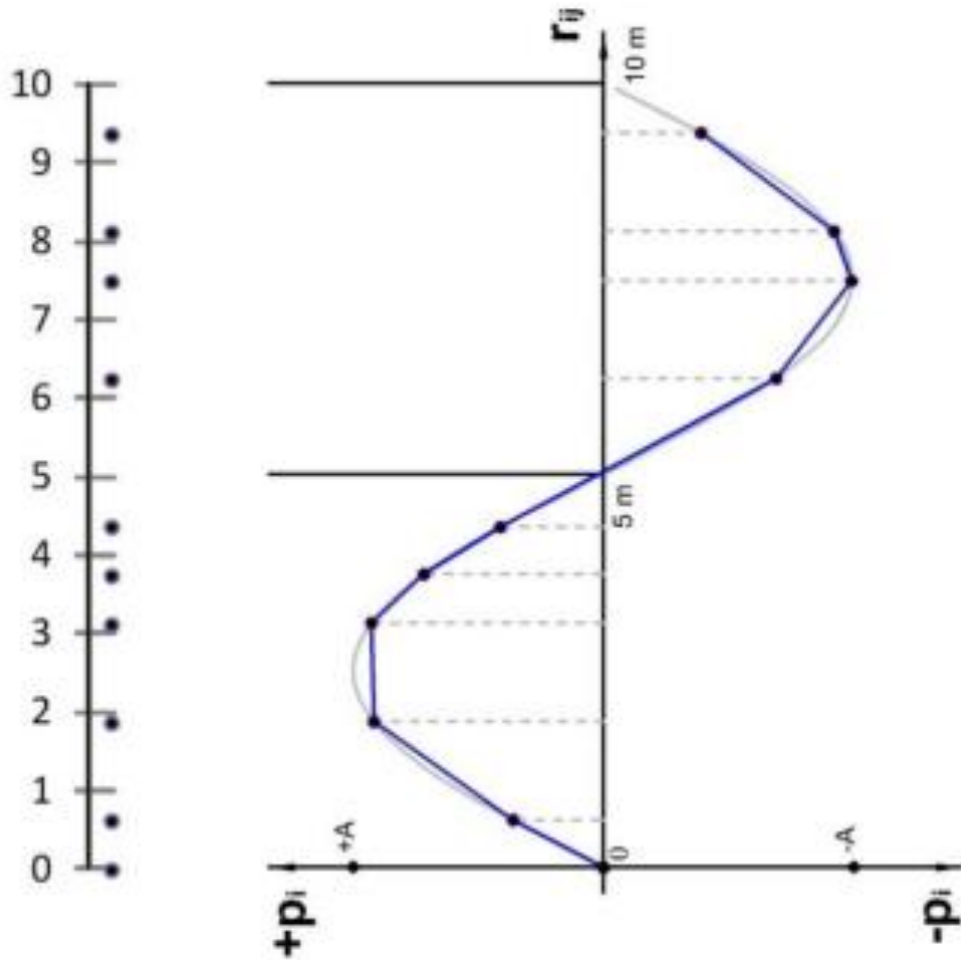
Para estimar o erro de ciclo de um dado distanciômetro, a totalidade das distâncias que é possível medir numa base devem permitir obter uma amostra dos restos distribuídos de forma uniforme no intervalo U , o que se obtém através de um gráfico da distribuição dos restos ao longo de U . Esta metodologia permite analisar de forma eficiente a compatibilidade de uma dada base para um valor específico de um instrumento.

Medição de distâncias



d_1, \dots, d_{10} são as 10 distâncias medidas numa base Heerbrugg de 5 pilares

Medição de distâncias

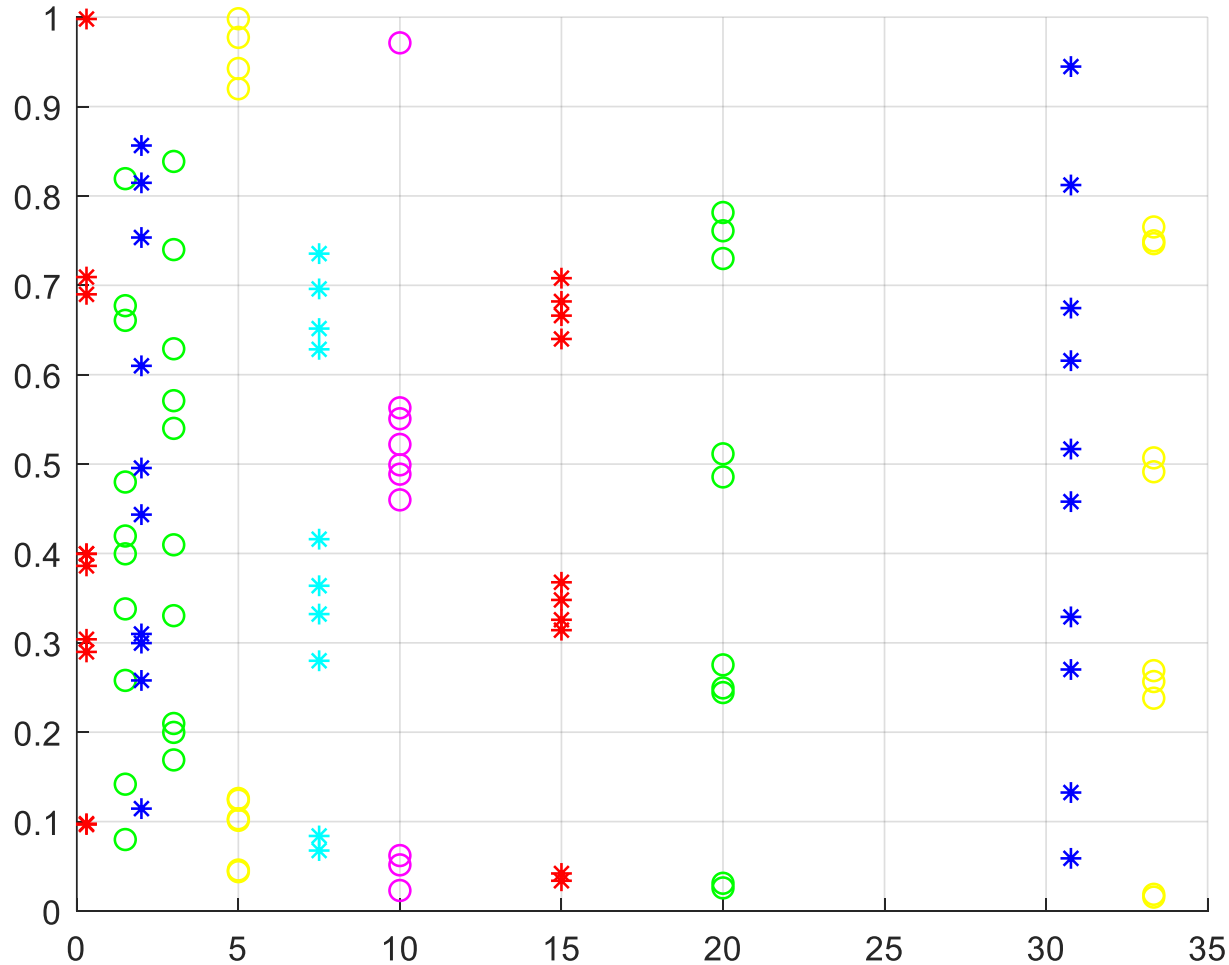


O erro de ciclo p_i modela-se matematicamente através de uma função seno de período igual à unidade de medida U_j do instrumento e amplitude A :

$$p_i = A \sin\left(\frac{2\pi \cdot r_{ij}}{U_j}\right)$$

Distribuição óptima dos restos r_{ij} no intervalo U_j
para uma base de calibração de 5 pilares

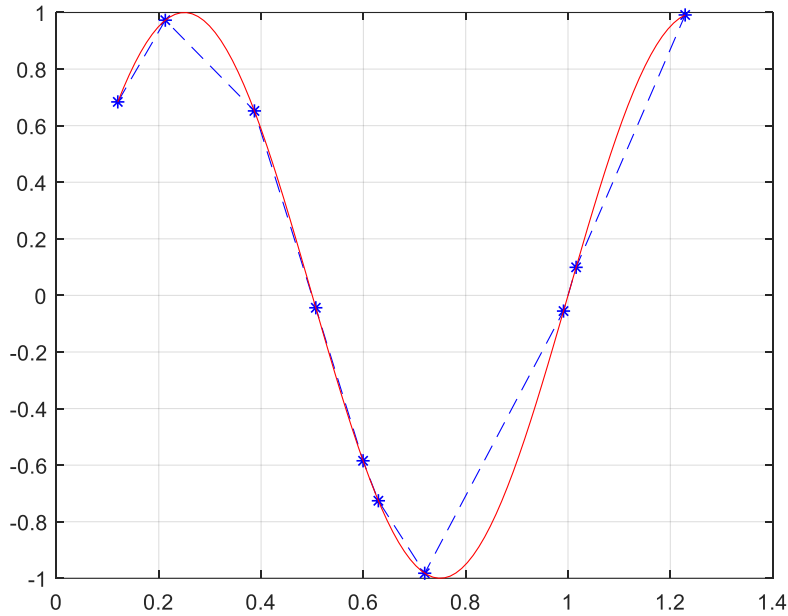
Medição de distâncias



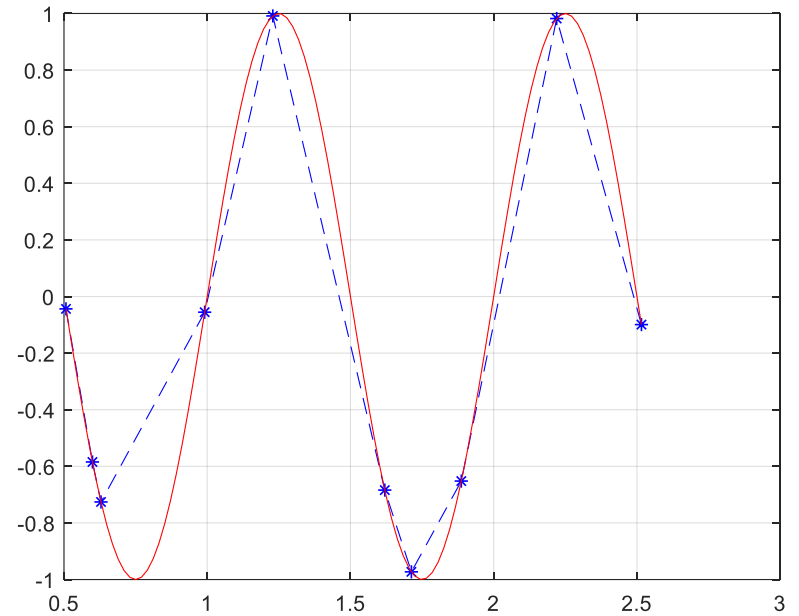
Qual é a unidade de medida da base do LNEC (5 pilares) ?

abscissas: unidade de medida U (m): 0.3, 1.5, 2.0, 3.0, 5.0, 7.5, 10.0, 15.0, 20.0, 30.8, 33.3)
ordenadas: resto/U

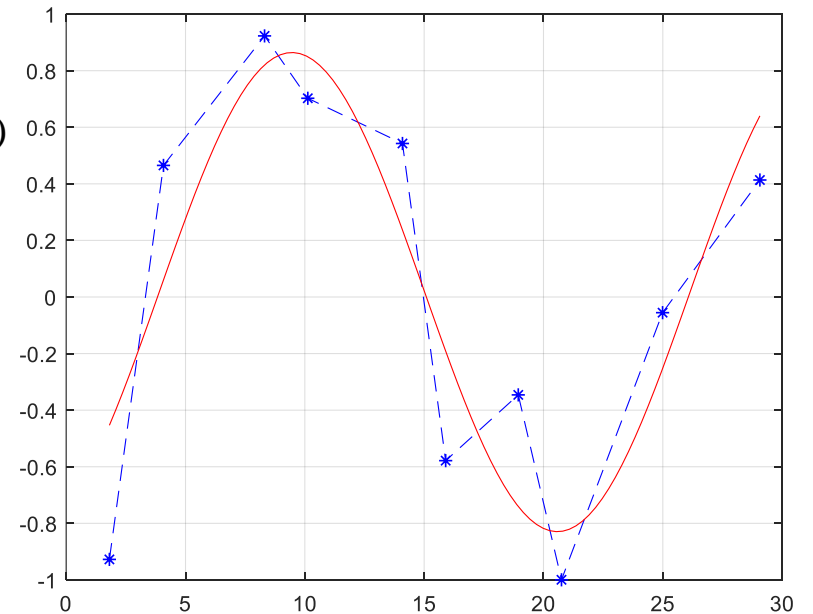
Medição de distâncias



U=1.5 m
abscissas: resto
ordenadas: $\sin(\text{resto}/U)$



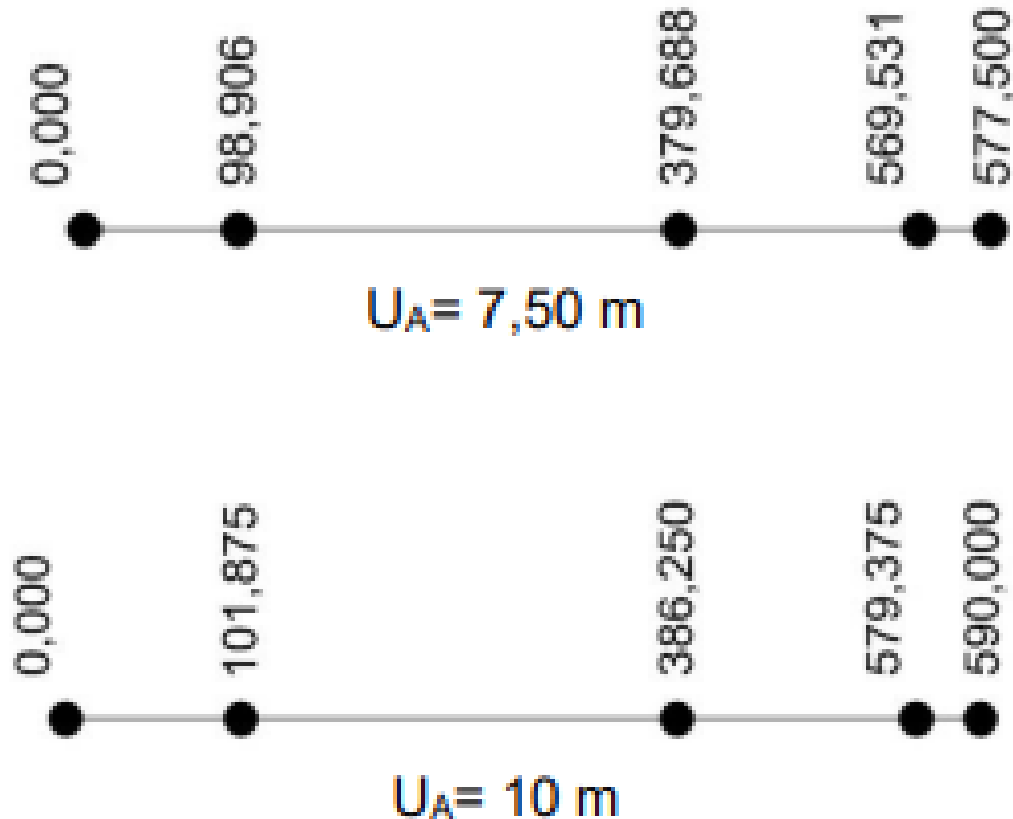
U=3.0 m
abscissas: resto
ordenadas: $\sin(\text{resto}/U)$



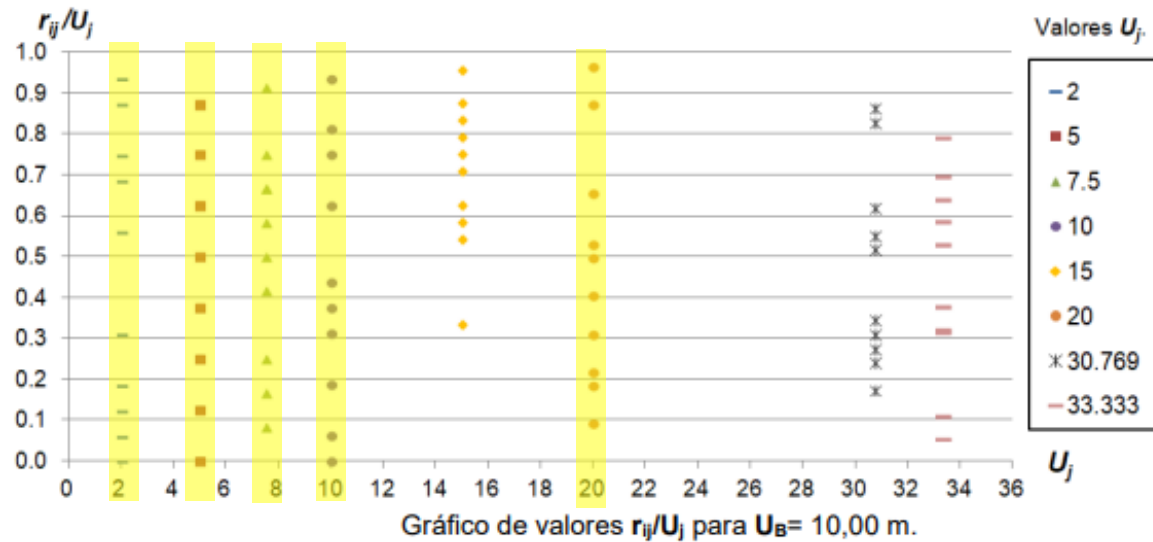
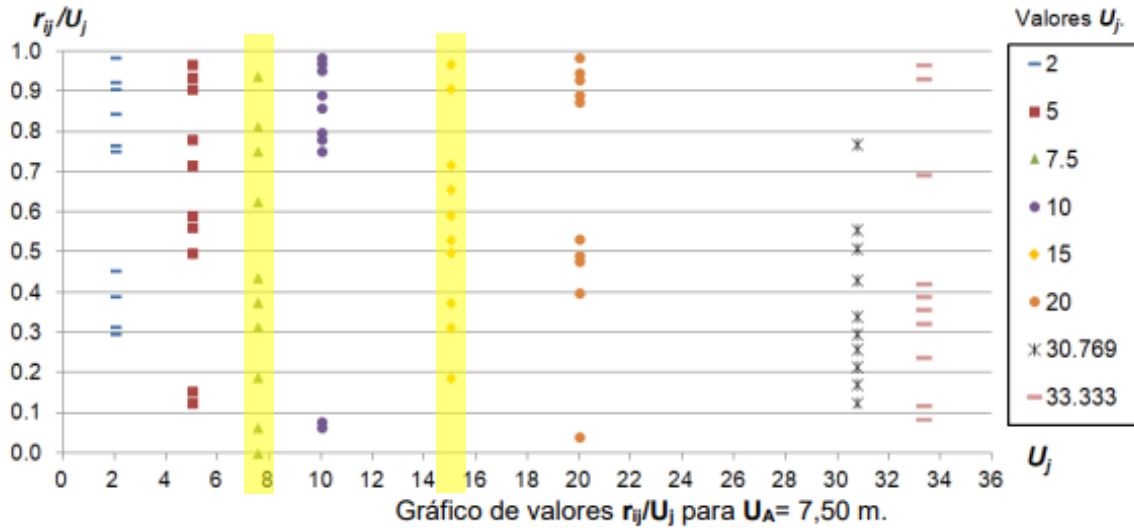
U=30.769 m
abscissas: resto
ordenadas: $\sin(\text{resto}/U)$

Medição de distâncias

Considerando as bases com 5 pilares, comprimento aproximado de 600 m e unidades de medida $U_A=7.5$ m e $U_B= 10$ m:



Medição de distâncias



Visualização do cociente r_{ij}/U_j para valores de U_j iguais a 2m, 5m, 7.5m, 10m, 15m, 20m, 30.769m e 33.333m para as distâncias entre pilares das bases A e B, em que r_{ij} é o resto obtido ao medir a distância d_i com o instrumento que possui a unidade de medida U_j , podendo tomar valores no intervalo $[0, U_j]$, enquanto que r_{ij}/U_j pertence ao intervalo $[0, 1]$.

Medição de distâncias

Pode verificar-se nos 2 gráficos anteriores que para a base desenhada com $U=7.5\text{m}$, obtém-se distribuições uniformes entre 0 e 1 para os valores de r_{ij}/U_j para $U_j = 7.5\text{m}$ e $U_j = 15\text{m}$ e para a base desenhada com $U=10\text{m}$, obtém-se distribuições uniformes entre 0 e 1 para os valores de r_{ij}/U_j para $U_j = 2\text{m}$, $U_j = 5\text{m}$, $U_j = 7.5\text{m}$, $U_j = 10\text{m}$ e $U_j = 20\text{m}$. Assim como parâmetro de desenho, o valor $U=10\text{m}$ possibilita que a base seja utilizável por uma maior variedade de distanciômetros.

Medição de distâncias

O erro de escala não pode ser determinado usando apenas um aparelho pois todas as distâncias são escaladas de forma proporcional, devendo estas ser comparadas com as mesmas distâncias medidas com um aparelho mais exacto.

Medição de distâncias

Cálculo de uma base pelo método de Heebrugg

Adoptando os 3 parâmetros (i) C_0 = comprimento total da base, dependendo da distância disponível para a respectiva materialização, minimamente 600 m, (ii) n = número de pilares, entre 5 e 8, (iii) U = unidade de medida para o qual, em princípio, a base é concebida para um modelo de distanciómetro em particular, tem-se que os comprimentos dos vários segmentos que constituem a base são dados por $A+pB+qD$, em que A é a menor distância da base, múltipla de U , B é o múltiplo de A mais próximo de B_0 , p e q são inteiros positivos, D é uma fração de U , com

| Número de pilares | B_0 | D |
|-------------------|---------------------|--------|
| 5 | $(C_0 - 4A - U)/6$ | $U/16$ |
| 6 | $(C_0 - 5A - U)/10$ | $U/25$ |
| 7 | $(C_0 - 6A - U)/15$ | $U/36$ |
| 8 | $(C_0 - 7A - U)/21$ | $U/49$ |

Medição de distâncias

Em primeiro lugar determina-se B_0 de acordo com a tabela anterior, que é então arredondado para o múltiplo mais próximo da unidade de medida U ; o 2º parâmetro de desenho D obtém-se directamente do número de pilares da base e da unidade de medida U . Atendendo aos valores de A , B e D , os comprimentos entre pilares assim como o comprimento final da base C podem ser calculados a partir da tabela seguinte:

| Section | Baseline with | | | |
|------------|-----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| | 5 Stations | 6 Stations | 7 Stations | 8 Stations |
| 1st | $A + B + 3D$ | $A + B + 3D$ | $A + B + 3D$ | $A + B + 3D$ |
| 2nd | $A + 3B + 7D$ | $A + 3B + 7D$ | $A + 3B + 7D$ | $A + 3B + 7D$ |
| 3rd | $A + 2B + 5D$ | $A + 4B + 9D$ | $A + 5B + 11D$ | $A + 5B + 11D$ |
| 4th | $A + \quad D$ | $A + 2B + 5D$ | $A + 4B + 9D$ | $A + 6B + 13D$ |
| 5th | – | $A + \quad D$ | $A + 2B + 5D$ | $A + 4B + 9D$ |
| 6th | – | – | $A + \quad D$ | $A + 2B + 5D$ |
| 7th | – | – | – | $A + \quad D$ |
| C = | $4A + 6B + 16D$ | $5A + 10B + 25D$ | $6A + 15B + 36D$ | $7A + 21B + 49D$ |

Distâncias parciais e comprimento total da base versus número de pilares da base

Medição de distâncias

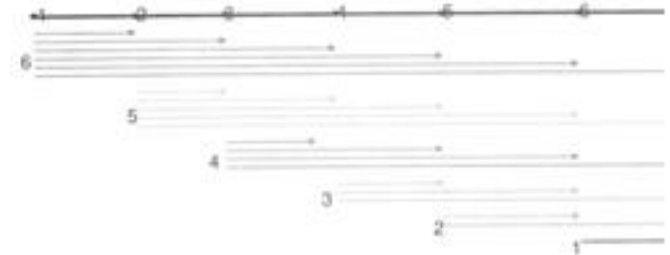
A implementação de sistemas de gestão da qualidade segundo as normas internacionais estabelecidas é, hoje em dia, uma realidade global, particularmente aplicável nas empresas utilizadoras de instrumentos topográficos (base de calibração para verificação ou determinação da rastreabilidade das medições de distância).



Base multi-pilar

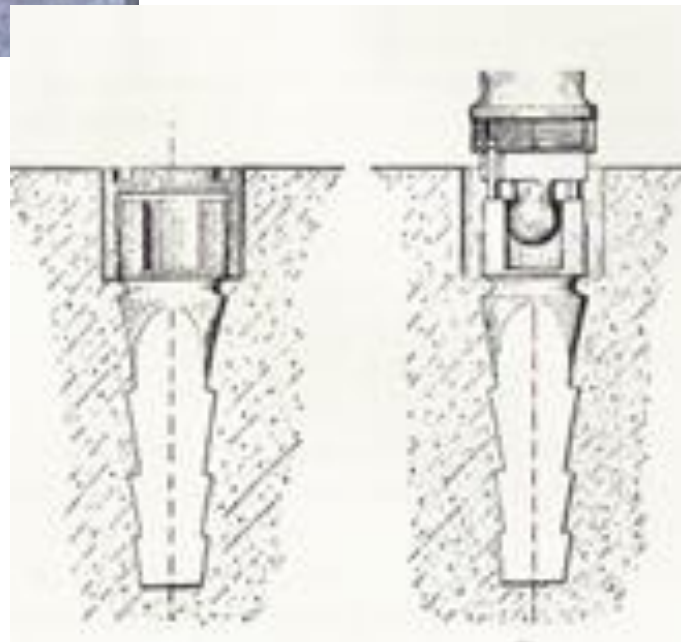


ISO 17123-4 EDM (full test procedure)



- experimental standard deviation of a single measured distance
- experimental standard deviation of zero-point correction
- zero-point correction

Medição de distâncias



Medição de distâncias

Exemplo: $U = 10.00 \text{ m}$, $n = 5$, $C_0 = 600 \text{ m}$:

$$A = 10 \text{ m}$$

$$B_0 = (600.000 - 4 \cdot 10 - 10) / 6 = 91.666 \text{ m}$$

$$B = 9 \times 10 = 90 \text{ m}$$

$$D = 10 / 16 = 0.625 \text{ m}$$

$$d_1 = A + B + 3D = 10 + 90 + 1.875 = 101.875 \text{ m}$$

$$d_2 = A + 3B + 7D = 10 + 270 + 4.375 = 284.375 \text{ m}$$

$$d_3 = A + 2B + 5D = 10 + 180 + 3.125 = 193.125 \text{ m}$$

$$d_4 = A + D = 10 + 0.625 = 10.625 \text{ m}$$

$$d = 590.000 \text{ m}$$

Medição de distâncias

Exemplo: $U = 7.50$ m, $n = 5$, $C_0 = 600$ m:

$$A = 7.5 \text{ m}$$

$$B_0 = (600 - 4 \cdot 7.5 - 7.5) / 6 = 93.75 \text{ m}$$

$$B = 12 \cdot 7.5 = 90 \text{ m}$$

$$D = 7.5 / 16 = 0.46875$$

$$d_1 = A + B + 3D = 7.5 + 90 + 1.40625 = 98.906 \text{ m}$$

$$d_2 = A + 3B + 7D = 7.5 + 270 + 3.28125 = 280.781 \text{ m}$$

$$d_3 = A + 2B + 5D = 7.5 + 180 + 2.34375 = 189.844 \text{ m}$$

$$d_4 = A + D = 7.5 + 0.46875 = 7.969 \text{ m}$$

$$d = 569.531 \text{ m}$$

Medição de distâncias

Exemplo: $U = 10.00$ m, $n = 7$, $C_0 = 600$ m:

$$A = 20 \text{ m}$$

$$B_0 = (600 - 6 \cdot 20 - 20) / 15 = 3.667 \text{ m}$$

$$B = 1.5 \cdot 20 = 30 \text{ m}$$

$$D = 10 / 36 = 0.278 \text{ m}$$

$$d_1 = A + B + 3D = 20 + 30 + 0.84 = 50.84 \text{ m}$$

$$d_2 = A + 3B + 7D = 20 + 90 + 1.94 = 111.94 \text{ m}$$

$$d_3 = A + 5B + 11D = 20 + 150 + 3.06 = 173.06 \text{ m}$$

$$d_4 = A + 4B + 9D = 20 + 120 + 2.5 = 142.50 \text{ m}$$

$$d_5 = A + 2B + 5D = 20 + 60 + 1.39 = 81.39 \text{ m}$$

$$d_6 = A + D = 20 + 0.28 = 20.28 \text{ m}$$

$$d = 559.73 \text{ m}$$

Medição de distâncias

Adoptando o método de **Heerbrugg** para o desenho da base, tem-se que:

- se o valor U de desenho da base coincidir com o do equipamento a calibrar, podem ser estimados a constante aditiva e o erro de ciclo
- se a base tiver o comprimento mínimo e as distâncias entre pilares forem conhecidas, pode ser estimado o erro de escala
- se o valor U de desenho da base não coincidir com o do instrumento, pode faltar informação para estimar o erro de ciclo

Medição de distâncias



Medição de distâncias

Não sendo conhecidas as distâncias rigorosas entre os pilares da linha de nivelamento não é possível realizar a calibração completa de um distanciómetro. Pode, mesmo assim, realizar-se a calibração parcial, determinando-se a constante aditiva para uma dada combinação aparelho-reflector, sendo este um passo útil que deve ser realizado regularmente para verificar a estabilidade do conjunto. O procedimento que vai ser descrito é rápido, podendo ser realizado antes do início das observações num dado projecto (o erro de escala não pode ser determinado pois é idêntico para todas as distâncias medidas)

Medição de distâncias

EDM and Reflector Calibration

15th May, 2005.

Instrument: Leica TCR307 total station, Serial Number 646536.

Reflectors: Leica GPH1A prism set **Fundamental Distance Unit:** 1.5 m

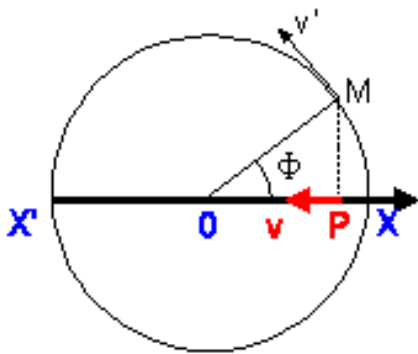
Temperature: 12°C **Pressure:** 1010 mb

| | Full Line | Mid to South | Mid to North |
|-------------|------------------|--|---------------------|
| | 179.938 | 59.953 | 119.988 |
| | 179.938 | 59.953 | 119.989 |
| | 179.938 | 59.953 | 119.989 |
| | 179.938 | 59.953 | 119.989 |
| | 179.938 | 59.953 | 119.989 |
| | 179.939 | 59.953 | 119.989 |
| | 179.938 | 59.953 | 119.989 |
| | 179.939 | 59.953 | 119.989 |
| Mean | 179.938 25 | 59.953 00 | 119.988 875 |
| | 179.941 875 | Sum of parts of line | |
| | + 0.003 625 | Combined zero error and reflector constant | |

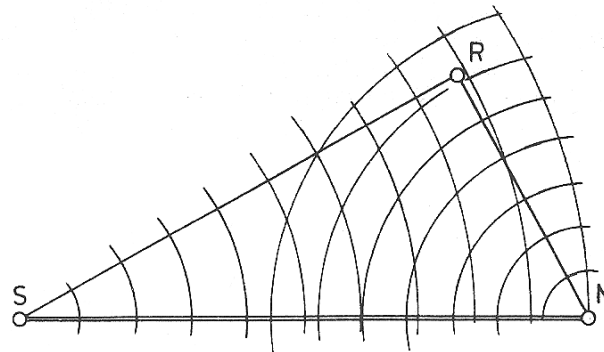
Therefore all measurements made using this Leica TCR307 total station to this set of reflectors must have 0.004 m subtracted from the measured slope distance.

Medição de distâncias

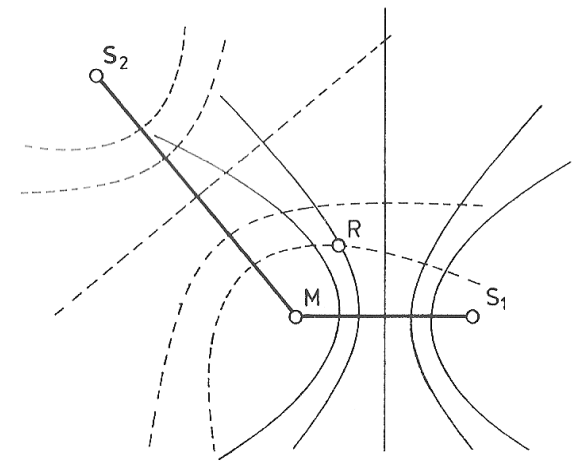
b2) Diferença de fase entre dois sinais recebidos de fontes diferentes: considerando dois emissores M e S emitindo de forma contínua sinais não modulados de igual frequência e uma estação R de posição desconhecida que recebe estes sinais, sendo Φ_M e Φ_S os ângulos de fase desses sinais em qualquer instante, tem-se que a respectiva diferença de fase na estação R é dada por $\Delta\Phi = (\Phi_M + \Delta\Phi_M) - (\Phi_S + \Delta\Phi_S) = \left(\Phi_M + \frac{\omega}{c} \overline{MR}\right) - \left(\Phi_S + \frac{\omega}{c} \overline{SR}\right) = (\Phi_M - \Phi_S) + \frac{2\pi}{\lambda} (\overline{MR} - \overline{SR})$, onde \overline{MR} e \overline{SR} são as distâncias dos emissores à estação; os ângulos de fase Φ_M e Φ_S são mantidos numa relação constante, de tal forma que $(\Phi_M - \Phi_S)$ é constante, dependendo a expressão anterior da diferença de distâncias entre os emissores e a estação: os lugares geométricos para os quais esta diferença é igual constituem uma hipérbole com foco em M e S, de forma a que a posição da estação fica determinada quando se obtém a intersecção de duas hipérbolas, o que implica um terceiro emissor.



Ângulo de fase



Princípio da medição da diferença de fase utilizando sinais emitidos pelos emissores M e S

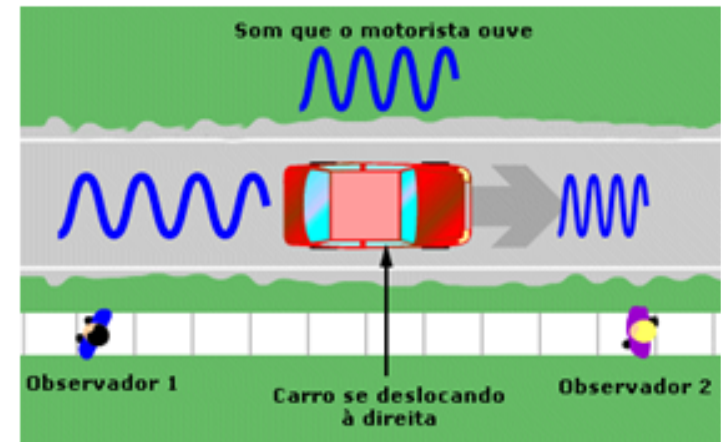
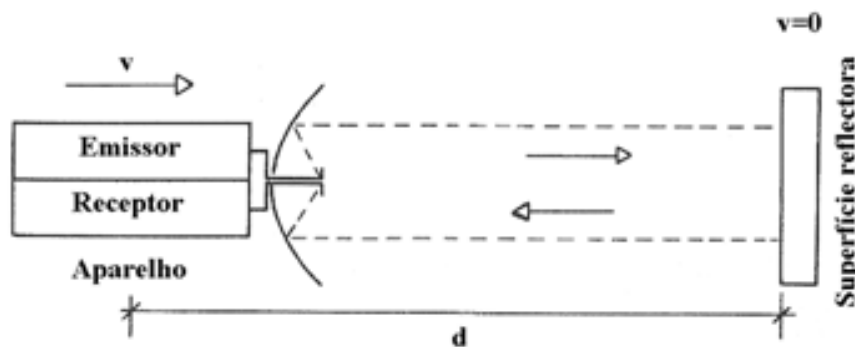


Princípio de posicionamento utilizando duas medições de diferença de fase

Medição de distâncias

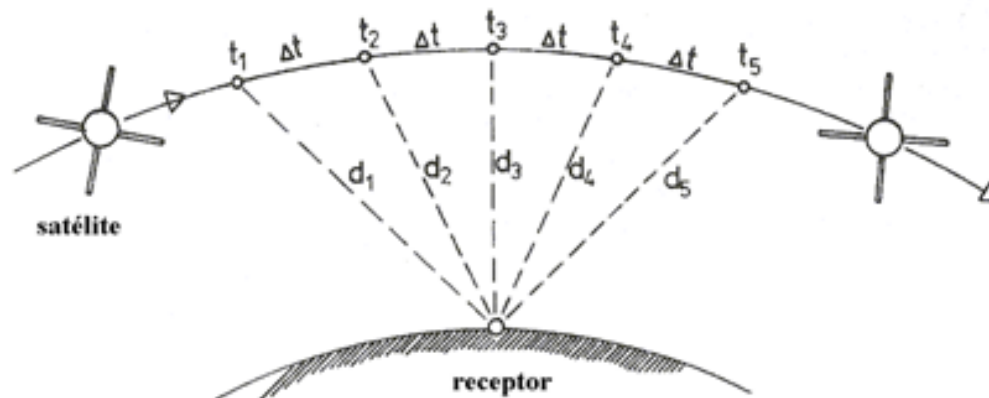
c) **Método Doppler**: considere-se um aparelho consistindo num emissor e receptor de micro-ondas; o aparelho move-se com velocidade de v em direcção a uma superfície reflectora S , de tal forma que o sinal emitido é reflectido nessa superfície e recebido no receptor. Sendo $f_e = \frac{c}{\lambda}$ a frequência do sinal emitido, a frequência do sinal que alcança a superfície é $f_s = \frac{(c+v)}{\lambda}$ e a frequência do sinal que alcança novamente o receptor é $f_r = \frac{(c+2v)}{\lambda}$. Conjugando os sinais emitido e recebido no receptor obtém-se, entre outras frequências, a frequência Doppler $f_D = f_r - f_e = \frac{(c+2v)}{\lambda} - \frac{c}{\lambda} = \frac{2v}{\lambda}$, ou seja, $v = \frac{1}{2} f_D \lambda$, de onde se

obtém a distância percorrida pelo aparelho entre os instantes t_1 e t_2 : $d_{12} = \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{2} f_D \lambda dt = \lambda [\text{contagem Doppler}]_{t_1}^{t_2}$.



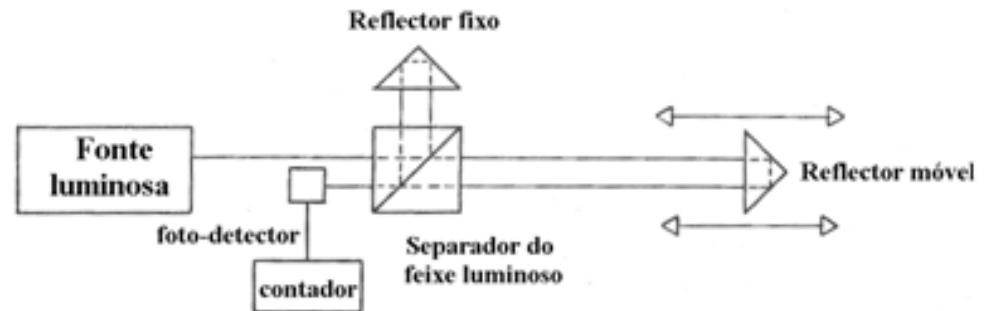
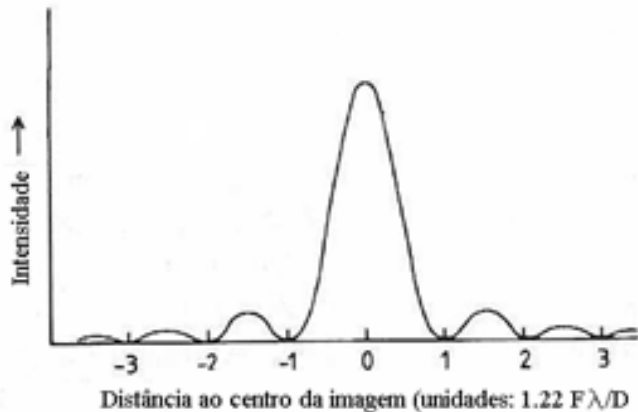
Medição de distâncias

No caso dos sistemas Transit e Navstar GPS, os receptores Doppler são utilizados para seguir os satélites no seu movimento orbital; no primeiro caso, estacionando o receptor no ponto a coordenar e registrando a contagem de ciclos do sinal Doppler ao longo de passagens sucessivas (contagem Doppler), é possível o cálculo de diferenças de distâncias $d_{12} = d_1 - d_2$, $d_{23} = d_2 - d_3$, $d_{34} = d_3 - d_4$, etc, sendo a posição do receptor obtida por intersecção de hiperbolóides (lugar geométrico espacial dos pontos a igual diferença de distância relativamente a dois pontos de coordenadas conhecidas). Cada intervalo temporal produz um par de hiperbolóide com focos na posição do satélite no início e no fim desse intervalo.



Medição de distâncias

d) Método interferométrico: a determinação de distâncias por interferometria é utilizada em metrologia para a determinação de distâncias com grande precisão (por exemplo, a definição do metro). A luz, ao atravessar (ou ser refletida por) uma abertura de diâmetro D e distância focal F , forma no plano focal uma imagem com máximos e mínimos separados por $\Delta x = 1.22F \frac{\lambda}{D}$ onde λ é o comprimento de onda da luz (actualmente, os interferómetros raramente utilizam prismas, que são substituídos por outros meios de dispersão da luz ou de singularização de um conjunto de comprimentos de onda, como sejam redes de difracção).



Medição de distâncias

Uma fonte luminosa (em geral laser) produz um feixe que é dirigido em direcção a um separador, que divide o feixe numa parte que mantém a mesma direcção e é dirigida para um reflector móvel e noutra parte que sofre uma reflexão e é dirigida para um reflector fixo. Os feixes, após reflexão nos dois reflectores, encontram-se novamente no separador, onde produzem um padrão de interferência, que é registado num foto-detector, sendo igualmente efectuada a contagem Doppler do sinal resultante (as duas ondas sobrepostas têm a mesma frequência e amplitude pois são geradas pela mesma fonte mas têm uma diferença de fase constante devido à diferença de percurso realizado): $y_1 = A \sin(\omega t)$, $y_2 = A \sin(\omega t + \Delta\Phi)$, $y_1 + y_2 = 2A \cos\frac{\Delta\Phi}{2} \sin(\omega t) + \frac{\Delta\Phi}{2}$. Durante o deslocamento do reflector móvel, o fotodetector conta o número de franjas do padrão de interferência, sendo a distância entre a posição inicial e final do reflector dada por $2d = (\text{número de franjas}) \lambda$.

Todas as medições estão sujeitas a erros. O erro de medição é a diferença entre o valor medido de uma grandeza e um valor de referência. Os **erros de medição** podem ser grosseiros, sistemáticos e aleatórios. O erro grosseiro (blunder, na literatura inglesa) resulta de enganos devidos, essencialmente, à falta de cuidado ou confusão do observador. Como exemplos, pode-se referir leituras erradas de escalas, pontarias erradas (que resultam em valores errados para as observações correspondentes) e registos errados nas folhas de observação. A generalidade dos erros grosseiros pode ser evitada através de verificações de controlo simples, durante a aquisição de dados (efectuar leituras múltiplas e testar a consistência das observações, verificar se a soma dos ângulos internos de um triângulo é próxima dos 180° , etc). As medições afectadas por erros grosseiros deverão ser omitidas ou corrigidas. Um **erro sistemático** é a componente do erro de medição que, em medições repetidas, permanece constante ou varia de uma forma previsível. A estimativa de um erro sistemático é designado por erro de justeza (bias, na literatura inglesa), frequentemente também conhecido por viés ou enviesamento. A componente do erro de medição que, em medições repetidas, varia de forma imprevisível é o **erro aleatório**.

Os erros sistemáticos podem ter origem no meio ambiente, instrumentação, observador, ou resultar de múltiplos factores. O meio ambiente, nomeadamente os diversos parâmetros meteorológicos (temperatura, humidade e pressão atmosférica) afecta praticamente todo o tipo de medições. As principais causas de natureza instrumental relacionam-se com a construção imperfeita dos instrumentos e/ou a sua inadequada calibração.

A medição de distâncias com uma fita métrica mal calibrada, por exemplo, resultará num erro sistemático (uma distância final que será maior/menor do que a real se a fita métrica estiver calibrada por defeito/excesso, por exemplo). O efeito de um erro sistemático traduz-se numa inconsistência entre as medições e o modelo matemático (modelo funcional ou modelo de medição) proposto (neste sentido, as limitações no modelo funcional acabam por resultar em erros sistemáticos). Existem situações que permitem a eliminação ou redução dos erros sistemáticos. Como exemplo, a magnitude de um erro do tipo instrumental pode ser determinada através da calibração do instrumento de medida, o que permitirá uma correcção das medições. Uma outra forma de redução dos erros sistemáticos consiste em adoptar métodos de observação que atenuem a influência dos erros sistemáticos (muito comum em Topografia). Quando os erros sistemáticos são resultado da influência do meio ambiente, a sua eliminação é quase sempre impossível (por exemplo, a influência da refacção atmosférica na medição de ângulos verticais ou a influência da troposfera na propagação de sinais rádio). Nestes casos, a atenuação dos erros faz-se modificando a estrutura matemática do modelo funcional, introduzindo parâmetros desconhecidos adicionais que venham absorver a sua influência, por exemplo. Estes parâmetros adicionais são chamados parâmetros inúteis (designação em literatura inglesa: nuisance parameters).

Os erros aleatórios não possuem qualquer relação funcional baseada num sistema determinístico, distribuem-se aleatoriamente em torno da média (“ruído branco”). São erros de pequena magnitude, que surgem das **limitações do instrumento de medida** ou de interferências.

Exemplos – (1) ruído eléctrico intrínseco aos componentes e instrumentos usados na medição (ruído térmico, por exemplo), como sucede nos receptores GPS; (2) interferência de sinais externos ao sistema de medição, como a radiação electromagnética; (3) instabilidade de padrões de frequência.

A noção de erro de medição está ligada a alguns conceitos de grande importância, nomeadamente os de **exactidão**, **precisão** (incerteza ou fidelidade) e incerteza. A exactidão (accuracy) é a aproximação entre um valor medido e um valor “verdadeiro” de uma mensuranda, não lhe sendo atribuída uma característica quantitativa. A justeza de medição (measurement trueness) é a aproximação entre a média de um número infinito de valores medidos repetidos e um valor de referência. A justeza de medição não é uma grandeza, pelo que não se exprime numericamente. Em muitas áreas, a exactidão não é entendida como a aproximação entre um único valor medido e o valor de referência, mas sim como a aproximação entre a média de um conjunto de valores medidos e o valor de referência.

A versão portuguesa da 3ª edição do VIM introduz o conceito de fidelidade ou precisão de medição para designar a aproximação entre indicações ou valores medidos obtidos por medições repetidas no mesmo objecto ou objectos semelhantes em condições especificadas. A versão inglesa do mesmo VIM chama a este conceito measurement precision, um termo que tinha sido abandonado na versão anterior (substituído por incerteza), que agora reaparece, tendo o conceito de incerteza um significado ligeiramente diferente na 3ª edição. Na área das Ciências Geográficas, os termos precisão e exactidão são amplamente utilizados, sendo os termos precisão e incerteza usados com o significado que é dado pelo termo fidelidade de medição.

A fidelidade (precisão, incerteza) é habitualmente expressa pelo desvio padrão de um conjunto de medições, nas condições especificadas. A fidelidade ou precisão de medição para um conjunto de condições de repetibilidade é a repetibilidade de medição, enquanto que a fidelidade ou precisão de medição para um conjunto de condições de reprodutibilidade é a reprodutibilidade de medição. A **incerteza** de medição (measurement uncertainty) é designada como o parâmetro não-negativo que caracteriza a **dispersão** dos valores da grandeza que são atribuídos à mensuranda a partir das informações usadas. Este parâmetro pode ser, por exemplo, o desvio padrão, o que conduz a alguma confusão com o termo precisão. No entanto, a **incerteza de medição inclui componentes provenientes de erros sistemáticos**. A incerteza de medição compreende, em geral, muitos componentes. Alguns destes componentes podem ser avaliados pela distribuição estatística dos resultados de séries de medições e podem ser caracterizados pelos desvios padrão experimentais. Os outros componentes, que também podem ser caracterizados por desvio padrão, são avaliados a partir da distribuição de probabilidade que lhe está associada, ou resultam da experiência ou de outra informação válida.

A avaliação de uma componente da incerteza de medição através da análise estatística dos valores medidos obtidos em condições de medição especificadas (por exemplo, condição de repetibilidade ou reprodutibilidade) constitui uma avaliação do tipo A da incerteza da medição. A avaliação alternativa à do tipo A é uma avaliação do tipo B da incerteza da medição.